

04 Lois de probabilité discrètes

04-01 Loi uniforme sur un ensemble

Définition

Soit n un entier naturel et X une variable aléatoire prenant ses valeurs dans $\{1 ; 2 ; 3 ; \dots ; n\}$.

Si pour tout $k \in \{1 ; 2 ; 3 ; \dots ; n\}$ on a $P(X=k) = \frac{1}{n}$ alors on dit que X suit la loi uniforme sur $\{1 ; 2 ; 3 ; \dots ; n\}$.

Exemples

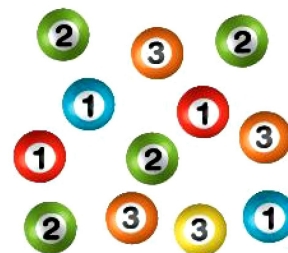
- La variable X égale au résultat du lancer d'un dé à 6 faces suit la loi uniforme sur $\{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$ selon le tableau suivant :

x_i	1	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$						



- La variable X égale au nombre inscrit sur l'une des boules ci-contre choisie au hasard suit la loi uniforme sur $\{1 ; 2 ; 3\}$ selon le tableau suivant :

	1	2	3



Propriété

Soit X une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur $\{1 ; 2 ; 3 ; \dots ; n\}$.

L'espérance de X vaut $E(X) = \frac{n+1}{2}$.

Sa variance vaut $V(X) = \frac{n^2-1}{12}$ et son écart-type vaut $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$.

Exemple

Chaque jour, on reçoit en euros le résultat du lancer d'un dé à 4 faces.



Le gain quotidien est une qui suit la loi sur

En répétant l'expérience un grand nombre d'années, on gagnera en moyenne € par jour.

04-01 Loi uniforme sur un ensemble**Définition**

Soit n un entier naturel et X une variable aléatoire prenant ses valeurs dans $\{1 ; 2 ; 3 ; \dots ; n\}$.
On dit que X suit **la loi uniforme sur $\{1 ; 2 ; 3 ; \dots ; n\}$** si pour tout $k \in \{1 ; 2 ; 3 ; \dots ; n\}$ on a

$$P(X = k) = \frac{1}{n}$$

Exemples

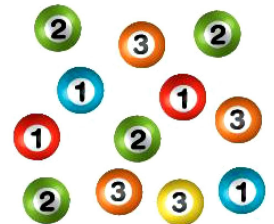
- La variable X égale au résultat du lancer d'un dé à 6 faces suit la loi uniforme sur $\{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$ selon le tableau suivant :

x_i	1	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6



- La variable X égale au nombre inscrit sur l'une des boules ci-contre choisie au hasard suit la loi uniforme sur $\{1 ; 2 ; 3\}$ selon le tableau suivant :

x_i	1	2	3
$P(X = x_i)$	4/12	4/12	4/12

**Propriété**

Soit X une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur $\{1 ; 2 ; 3 ; \dots ; n\}$.

L'espérance de X vaut $E(X) = \frac{n+1}{2}$.

Sa variance vaut $V(X) = \frac{n^2-1}{12}$ et son écart-type vaut $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$.

Exemple

Chaque jour, on reçoit en euros le résultat du lancer d'un dé à 4 faces.

Le gain quotidien est une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur $\{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$.

En répétant l'expérience pendant un grand nombre d'années, on gagnera en moyenne $\frac{4+1}{2} = 2,5$ € par jour.



04-01 Exercices

Exercice 1

On tire un nombre au hasard entre 10 et 99.

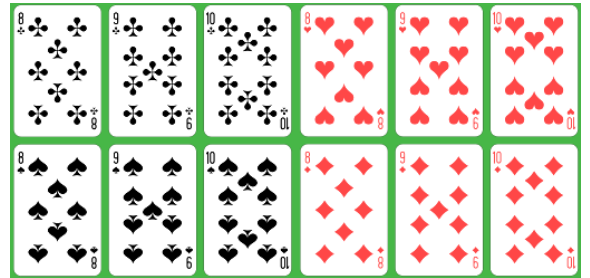
À partir de cette expérience, créer une variable aléatoire X qui suit une loi uniforme.
Préciser le paramètre de cette loi, ainsi que l'espérance et l'écart-type de la variable.

Exercice 2

On tire une carte au hasard parmi les cartes ci-contre.

À partir de cette expérience, créer une variable aléatoire Y qui suit une loi uniforme.

Préciser le paramètre de cette loi, ainsi que l'espérance et l'écart-type de la variable.



Exercice 3

Une variable aléatoire Z suit la loi uniforme sur $\{1 ; \dots ; 20\}$. Calculer les probabilités suivantes.

- a] $P(Z < 5)$
- b] $P(Z \geq 18)$
- c] $P(9 \leq Z \leq 15)$

Exercice 4

Quelle loi uniforme suit une variable aléatoire X dont l'espérance vaut 11,5 ?