

**04-07 Propriétés de la loi binomiale de paramètres  $(n ; p)$** **Propriété**

Soit  $X$  une variable aléatoire qui suit la loi binomiale  $\mathcal{B}(n ; p)$ .

Pour tout entier naturel  $k$  inférieur à  $n$ , on a :  $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

**Démonstration par l'exemple**

Cherchons la probabilité d'obtenir 3 succès dans un schéma de Bernoulli de paramètres  $n$  et  $p$ .

Chaque chemin est constitué de ..... succès et ..... échecs.

Chaque chemin a donc une probabilité de réalisation égale à .....

Dans l'arbre, le nombre total de chemins comportant 3 succès parmi  $n$  épreuves est .....

On a donc bien ..... = .....

**Utilisation de la calculatrice**

- Pour la loi  $\mathcal{B}(10 ; 0,25)$  on peut calculer  $P(X = 3)$  directement ainsi :
- Pour la loi  $\mathcal{B}(10 ; 0,25)$  on peut calculer  $P(X \leq 3)$  directement ainsi :

**Propriétés**

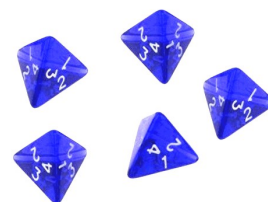
Soit  $X$  une variable aléatoire qui suit la loi binomiale  $\mathcal{B}(n ; p)$ .

- L'espérance de  $X$  vaut  $E(X) = np$
- La variance de  $X$  vaut  $V(X) = np(1 - p)$

**Exemple**

On lance cinq dés à quatre faces en gagnant 1 € pour chaque 4 obtenu.

Le gain quotidien suit la loi binomiale .....



En répétant cette expérience chaque jour pendant un grand nombre d'années, on aura gagné en moyenne :

..... = ..... euros par jour avec un écart-type valant .....

**Contrôle de cours****04-01** (2 points)

Chaque jour, on reçoit en euros le résultat du lancer d'un dé à 6 faces.

Le gain quotidien est une ..... qui suit la loi ..... sur .....

En répétant l'expérience un grand nombre d'années, on gagnera en moyenne ..... € par jour.

**04-02** (4 points)

Chaque jour, on lance un dé à dix faces en gagnant 1 € si l'on obtient 9.

Le gain quotidien  $X$  suit la loi de Bernoulli de paramètre 0,1 ci-dessous.

$x_i$		

Après avoir répété cette expérience un grand nombre de fois, on aura gagné en moyenne ..... par jour.

La variance est « la moyenne des ..... ».

La variance est aussi « la moyenne des ..... moins le ..... de la ..... ».

Ici, elle vaut .....

**04-03** (1 point)

$6 ! =$  .....

**04-04** (1 point)

Les ensembles  $\{C ; A ; R ; N ; E ; T\}$ ,  $\{N ; E ; C ; T ; A ; R\}$  et  $\{L ; O ; U ; T ; R ; E\}$  sont ..... combinaisons différentes de ..... éléments pris parmi les 26 lettres de l'alphabet.

**04-05** (3 points)

Le nombre « 2 parmi 6 » se note ..... et vaut .....

Le nombre  $\binom{n}{n}$  de ..... parmi  $n$  vaut toujours .....

Le nombre  $\binom{n}{1}$  de combinaisons de ..... parmi  $n$  vaut toujours .....