

04-07 Propriétés de la loi binomiale de paramètres $(n ; p)$ **Propriété**

Soit X une variable aléatoire qui suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n ; p)$.

Pour tout entier naturel k inférieur à n , on a : $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Démonstration par l'exemple

Cherchons la probabilité d'obtenir 3 succès dans un schéma de Bernoulli de paramètres n et p .

Chaque chemin est constitué de succès et échecs.

Chaque chemin a donc une probabilité de réalisation égale à

Dans l'arbre, le nombre total de chemins comportant 3 succès parmi n épreuves est

On a donc bien =

Utilisation de la calculatrice

- Pour la loi $\mathcal{B}(10 ; 0,25)$ on peut calculer $P(X = 3)$ directement ainsi :
- Pour la loi $\mathcal{B}(10 ; 0,25)$ on peut calculer $P(X \leq 3)$ directement ainsi :

Propriétés

Soit X une variable aléatoire qui suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n ; p)$.

- L'espérance de X vaut $E(X) = np$
- La variance de X vaut $V(X) = np(1 - p)$

Exemple

On lance cinq dés à quatre faces en gagnant 1 € pour chaque 4 obtenu.

Le gain quotidien suit la loi binomiale



En répétant cette expérience chaque jour pendant un grand nombre d'années, on aura gagné en moyenne :

..... = euros par jour avec un écart-type valant

Contrôle de cours**04-01** (2 points)

Chaque jour, on reçoit en euros le résultat du lancer d'un dé à 6 faces.

Le gain quotidien est une qui suit la loi sur

En répétant l'expérience un grand nombre d'années, on gagnera en moyenne € par jour.

04-02 (4 points)

Chaque jour, on lance un dé à dix faces en gagnant 1 € si l'on obtient 9.

Le gain quotidien X suit la loi de Bernoulli de paramètre 0,1 ci-dessous.

x_i		

Après avoir répété cette expérience un grand nombre de fois, on aura gagné en moyenne par jour.

La variance est « la moyenne des ».

La variance est aussi « la moyenne des moins le de la ».

Ici, elle vaut

04-03 (1 point)

$6 ! =$

04-04 (1 point)

Les ensembles $\{C ; A ; R ; N ; E ; T\}$, $\{N ; E ; C ; T ; A ; R\}$ et $\{L ; O ; U ; T ; R ; E\}$ sont combinaisons différentes de éléments pris parmi les 26 lettres de l'alphabet.

04-05 (3 points)

Le nombre « 2 parmi 6 » se note et vaut

Le nombre $\binom{n}{n}$ de parmi n vaut toujours

Le nombre $\binom{n}{1}$ de combinaisons de parmi n vaut toujours