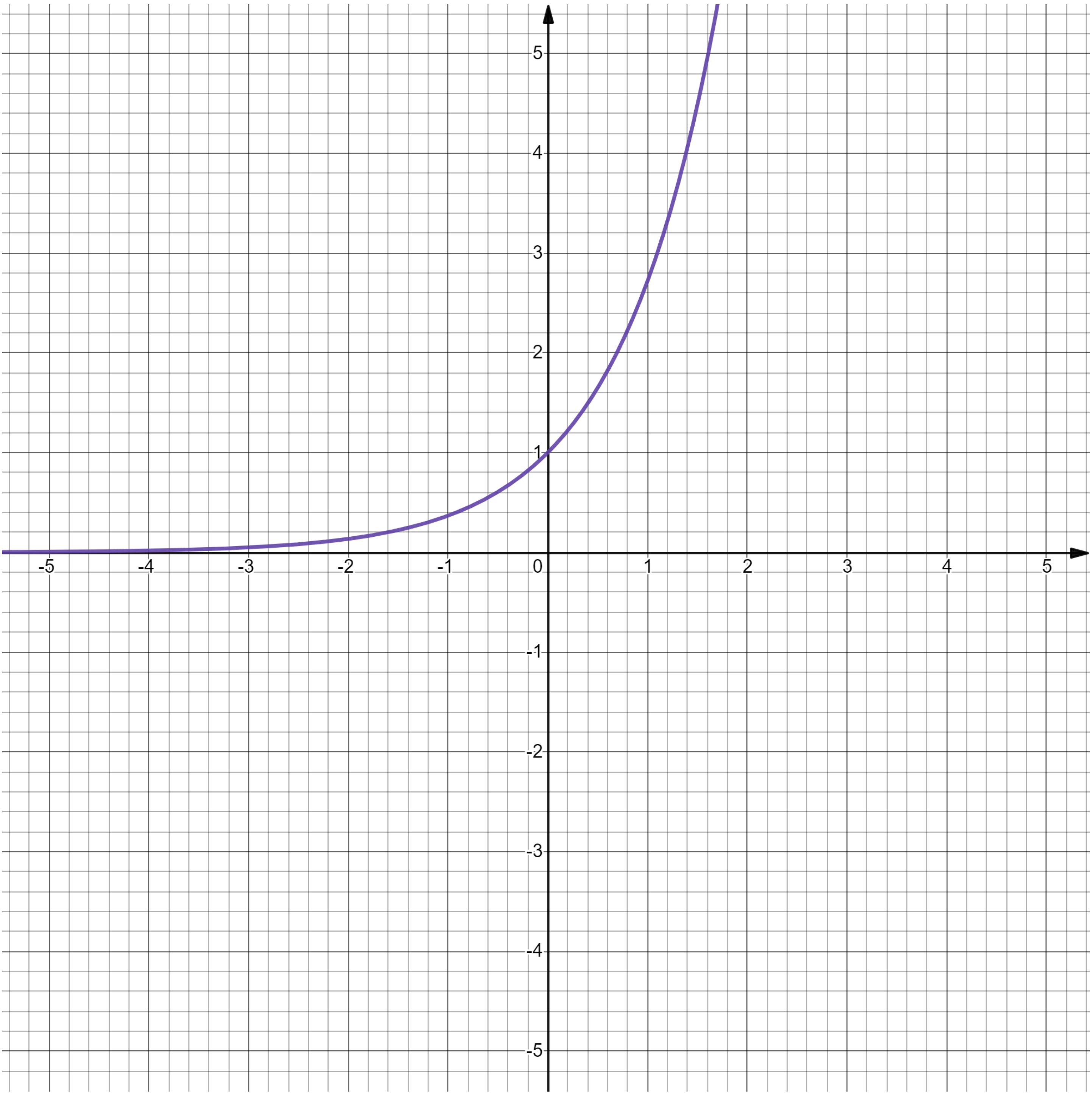
05-02 Activité

On donne ci-dessous la représentation graphique de la fonction exponentielle. Sur le même graphique, construire point par point la courbe de la fonction g qui « neutralise » la fonction exponentielle, c'est-à dire que pour tout réel x on a $g(e^x) = x$.

Par exemple, on a : $g(e^0) =$ ……

donc $g($ …… $) =$ ……

donc le point de coordonnées (…… ; ……) appartient à la courbe représentative de g.



05-02 Les fonctions réciproques

Définitions

Les valeurs *x* pour lesquelles une fonction *f* est définie forment le **domaine de définition de *f***.
Les images par la fonction *f* des valeurs du domaine de définition forment l'**ensemble image de *f***.

Exemples

Fonction	Domaine de définition	Ensemble image
$x \mapsto x^2$	$\mathbb{R}$	$[0 ; +\infty[$
$x \mapsto e^x$	$\mathbb{R}$	$]0 ; +\infty[$
$x \mapsto \dfrac{1}{x+1}$	$\mathbb{R} - \{-1\}$	$\mathbb{R}^*$

Remarques

- Les Anglo-saxons écrivent « domain » pour le domaine de définition et « range » pour l'ensemble image.
- Si une fonction *f* a pour domaine de définition *I* et pour ensemble image *J* alors on admet l'écriture *f*(*I*) = *J*.

Définition et notation

Soit une fonction *f* monotone ayant pour domaine de définition *I* et pour ensemble image *J*.
On appelle **fonction réciproque de *f*** et l'on note f^{-1} la fonction définie sur *J* telle que, pour tout *x* de *I*, on a $f^{-1}(f(x))=x$.

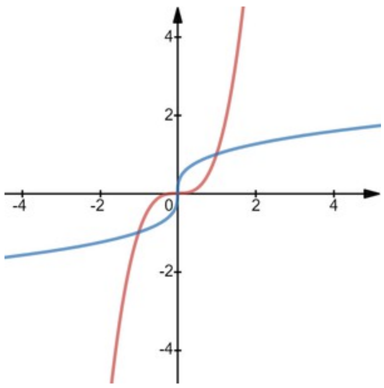
Exemple

La fonction $f(x) = x^3$ est croissante de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. Sa fonction réciproque est : $f^{-1}(x)=x^{1/3}$

Remarques

- Une fonction réciproque « neutralise » l'effet de la fonction de départ.

- Les représentations graphiques d'une fonction et de sa réciproque sont symétriques par rapport à la droite d'équation *y* = *x*.
  Ci-contre, les représentations de la fonction cube et de sa réciproque.



- Une autre écriture pour $f^{-1}(f(x))=x$ est l'écriture $f^{-1} \circ f(x)=x$

05-02 Les fonctions réciproques

Définitions

Les valeurs x pour lesquelles une fonction f est définie forment le **domaine de définition de *f***.
Les images par la fonction f des valeurs du domaine de définition forment l'**ensemble image de *f***.

Exemples

Fonction	Domaine de définition	Ensemble image
$x \mapsto x^2$		
$x \mapsto e^x$		
$x \mapsto \dfrac{1}{x+1}$		

Remarques

- Les Anglo-saxons écrivent .... pour le domaine de définition et .... pour l'ensemble image.
- Si f a pour domaine de définition .... et pour ensemble image .... alors on admet l'écriture $f(I) = J$.

Définition et notation

Soit une fonction f monotone ayant pour domaine de définition I et pour ensemble image J.
On appelle **fonction réciproque de *f*** et l'on note f^{-1} la fonction définie sur J telle que, pour tout x de I, on a $f^{-1}(f(x)) = x$.

Exemple

La fonction $f(x) = x^3$ est .... de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ et sa fonction réciproque est : ....

Remarques

- Une fonction réciproque .... l'effet de la fonction de départ.
- Les représentations graphiques d'une fonction et de sa réciproque sont symétriques par rapport à la droite d'équation ....
Ci-contre, les représentations de la fonction cube et de sa réciproque.
- Une autre écriture pour .... est l'écriture $f^{-1} \circ f(x) = x$.