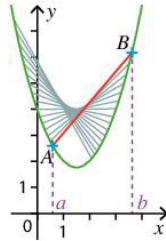


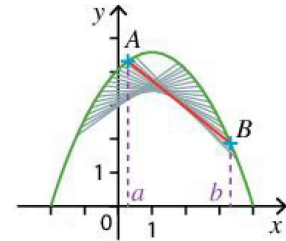
08-03 Convexité d'une fonction

Définitions

Une fonction est **convexe** si, pour tout couple de points $(A ; B)$ appartenant à la courbe, on a $[AB]$ au-dessus de la courbe.

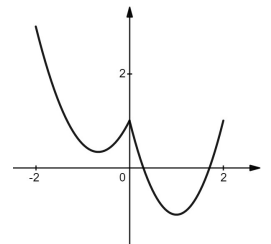


Une fonction est **concave** si, pour tout couple de points $(A ; B)$ appartenant à la courbe, on a $[AB]$ en-dessous de la courbe.



Remarques

- La convexité d'une fonction dépend de l'intervalle considéré.
Exemple : la fonction cube est concave sur $]-\infty ; 0]$ et convexe sur $[0 ; +\infty[$.
- Une fonction peut être convexe sur $[-2 ; 0]$ et sur $[0 ; 2]$ sans être convexe sur $[-2 ; 2]$:



Exemples

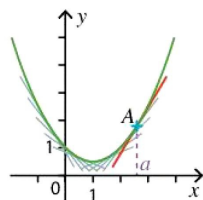
- La fonction carré est convexe sur $\mathbb{R}$.
- La fonction racine carrée est concave sur $[0 ; +\infty[$.
- La fonction exponentielle est convexe sur $\mathbb{R}$.
- La fonction logarithme népérien est concave sur $]0 ; +\infty[$.
- La fonction inverse est concave sur $]-\infty ; 0[$ et convexe sur $]0 ; +\infty[$.

Propriétés

Soit f une fonction deux fois dérivable sur un intervalle.

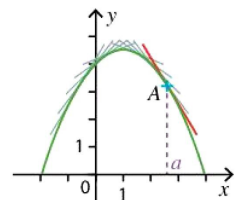
Les propositions suivantes sont équivalentes :

- f est convexe.
- f' est croissante.
- f'' est positive.
- La courbe représentative de f est au-dessus de ses tangentes.



Les propositions suivantes sont équivalentes :

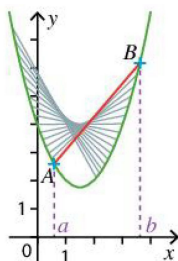
- f est concave.
- f' est décroissante.
- f'' est négative.
- La courbe représentative de f est en-dessous de ses tangentes.



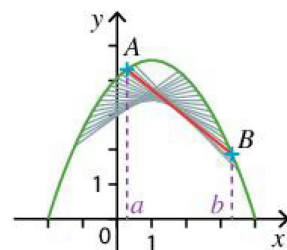
08-03 Convexité d'une fonction

Définitions

Une fonction est **convexe** si, pour tout couple de points $(A ; B)$ appartenant à la courbe, on a $[AB]$ au-dessus de la courbe.

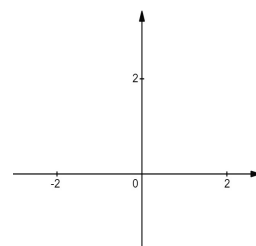


Une fonction est **concave** si, pour tout couple de points $(A ; B)$ appartenant à la courbe, on a $[AB]$ en-dessous de la courbe.



Remarques

- La convexité d'une fonction dépend de l'intervalle considéré.
Exemple : la fonction cube est sur $]-\infty ; 0]$ et sur $[0 ; +\infty[$.
- Une fonction peut être convexe sur $[-2 ; 0]$ et sur $[0 ; 2]$ sans être convexe sur $[-2 ; 2]$:



Exemples

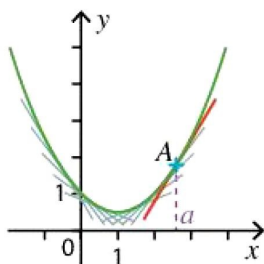
- La fonction carré est
- La fonction racine carrée est
- La fonction exponentielle est
- La fonction logarithme népérien est
- La fonction inverse est

Propriétés

Soit f une fonction deux fois dérivable sur un intervalle.

Les propositions suivantes sont équivalentes :

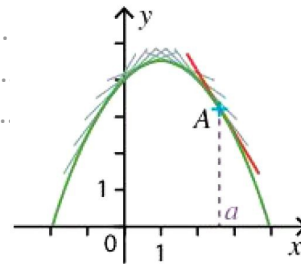
- f est
- f' est
- f'' est



- La courbe représentative de f est

Les propositions suivantes sont équivalentes :

- f est
- f' est
- f'' est

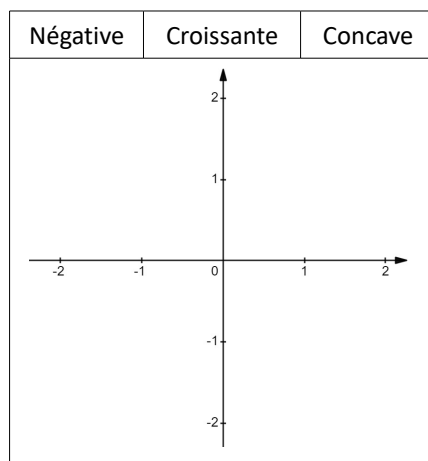
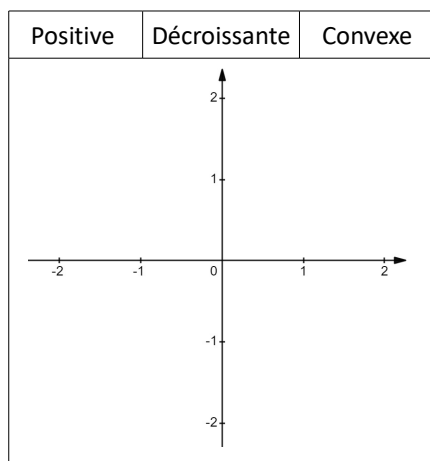
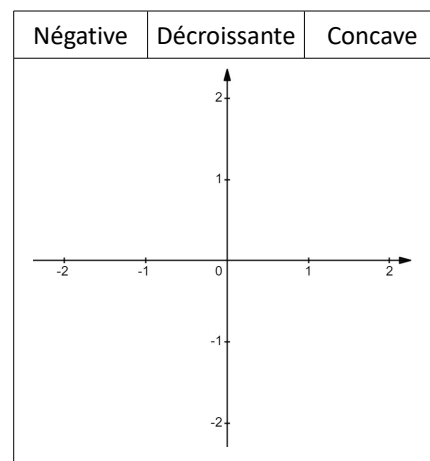
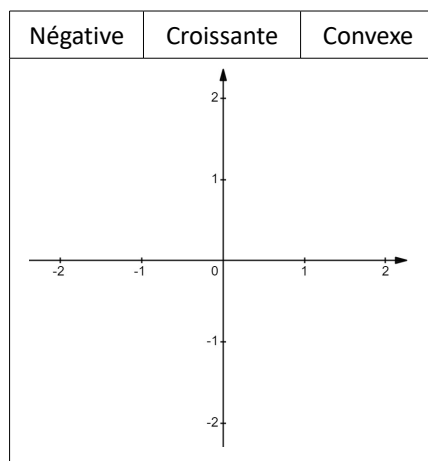
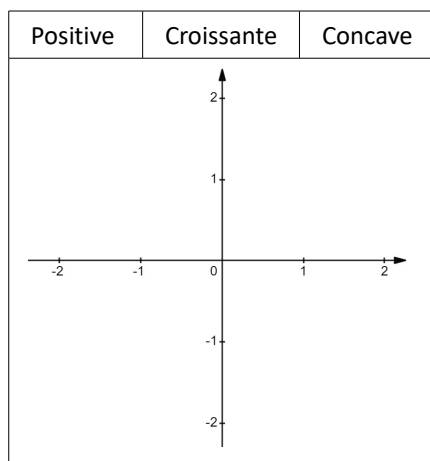
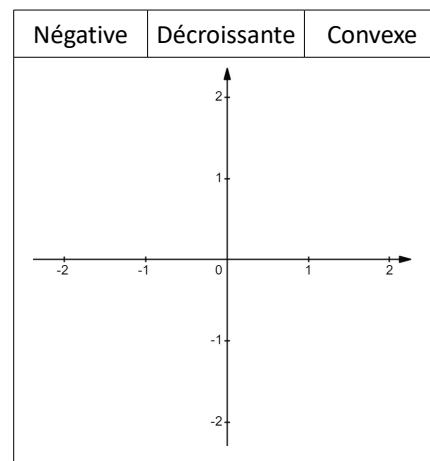
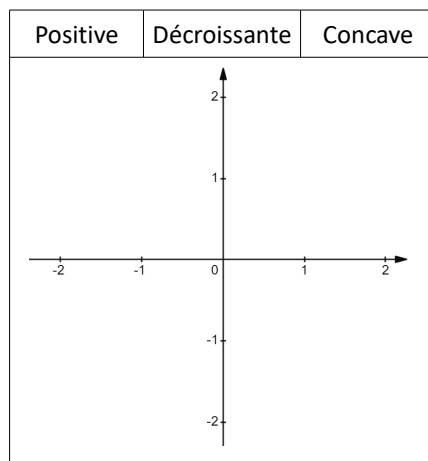
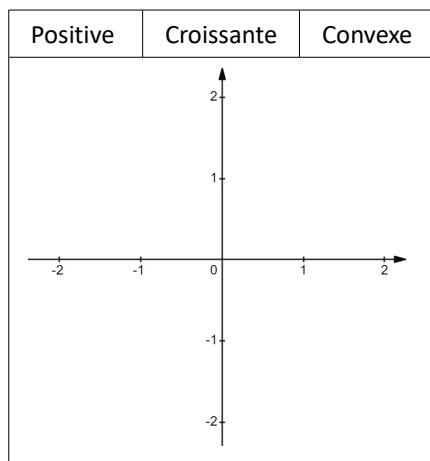


- La courbe représentative de f est

08-03 Exercices

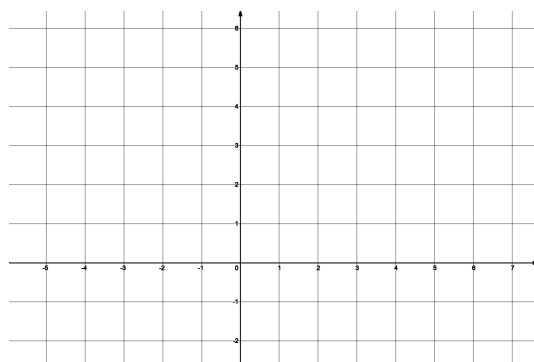
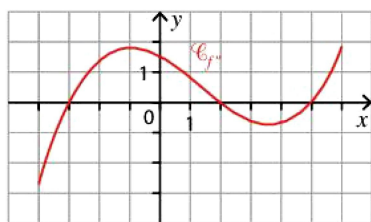
Exercice 1

Tracer des courbes de fonctions correspondant à chacun des cas de figure ci-dessous.



Exercice 2

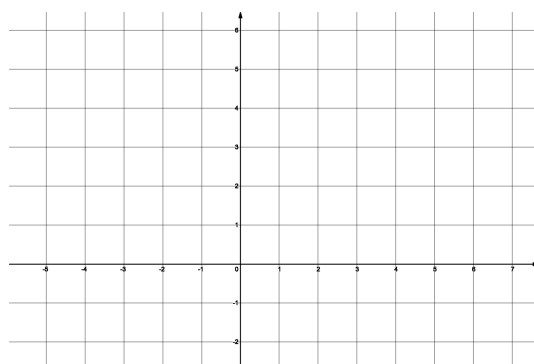
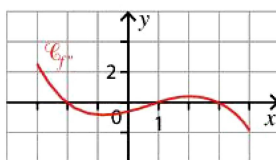
- 1 Soit f une fonction définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[-4; 6]$. La représentation graphique $\mathcal{C}_{f''}$ de sa dérivée seconde f'' est donnée ci-dessous.



- En justifiant, déterminer, avec la précision permise par le graphique, la convexité de f sur $[-4; 6]$.
- Sachant que $f(-3) = 2$, $f(2) = 4$ et $f(5) = 6$, construire une courbe qui pourrait être celle de f .

- 2 Soit f une fonction définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[-3; 4]$.

La représentation graphique $\mathcal{C}_{f''}$ de sa dérivée seconde f'' est donnée ci-dessous.

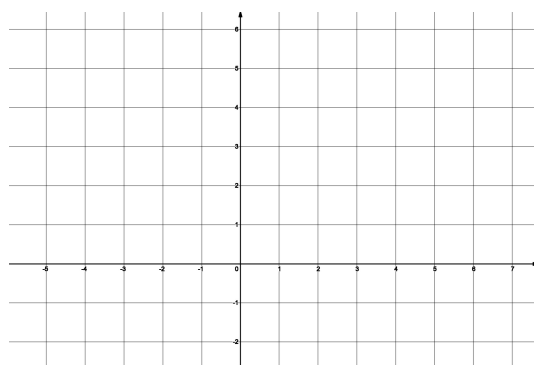


- En justifiant, déterminer, avec la précision permise par le graphique, la convexité de f sur $[-3; 4]$.
- Sachant que $f(-2) = f(1) = f(3) = 0$, construire une courbe qui pourrait être celle de f .

- 3 Soit f une fonction définie et deux fois dérivable sur $[0; 6]$ dont le tableau de signes de la dérivée seconde est donné ci-dessous.

x	0	2	6
$f''(x)$	+	0	-

- Déterminer le sens de variation de la fonction dérivée f' de f .
- Déterminer la convexité de f ainsi que les abscisses d'éventuels points d'inflexion.
- Sachant que $f'(0) = 1$, $f'(2) = 3$ et $f'(6) = -2$, donner une allure possible pour la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.



4 PRISE D'INITIATIVE

Soit f une fonction définie et deux fois dérivable sur $[-4; 4]$ telle que $f'(-4) = 0$ et $f'(4) = -2$ et dont le tableau de signes de la dérivée seconde est donné ci-dessous.

x	-4	4
$f''(x)$	-	

- Donner une allure possible pour la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.

