

05-04 Permutations d'un ensemble

Définition

Soit n un entier naturel et soit E un ensemble de cardinal n .

On appelle **permutation** de E tout n -uplet d'éléments distincts de E .

Exemple

Deux Flamands, Gwenny et Marino, ont nommé leurs treize enfants avec les lettres de l'ensemble $\{A ; E ; L ; X\}$.
Le prénom Alex, vu comme une de cet ensemble, correspond au (.....).

Définition et notation

Soit n un entier naturel strictement positif.

On appelle **factorielle** n et l'on note $n !$ le nombre égal à $n \times (n - 1) \times \dots \times 2 \times 1$.

Exemples

$$5! = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots$$

$$6! = \dots\dots \times 5!$$

$$= \dots\dots$$

$$\frac{10!}{8!} = \dots\dots \times \dots\dots$$

$$= \dots\dots$$

Propriété

Le nombre de permutations d'un ensemble de n éléments est égal à $n !$

Explication

Gwenny et Marino ont choix pour la première lettre, choix pour la deuxième, etc.
Ils peuvent donc constituer \times \times \times = prénoms différents.

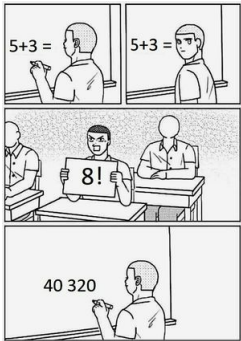
Remarque

Cette propriété implique que, par convention, on pose $0 ! = \dots\dots$



05-04 Applications du cours

Application 1



Application 2

Commenter chacune des situations suivantes en utilisant les mots du cours.

- Situation 1** : devant la compagnie de 100 soldats, l'adjudant demande trois volontaires pour balayer la cour.
Situation 2 : Arthur et Jeanne se défient dans l'ordre aux échecs, au baby-foot, au poker puis à Mario Kart.
Situation 3 : pour ses vacances, Pierre a pris avec lui un roman, une bande dessinée et un recueil de poésies.
Situation 4 : Johnny tire les 6 coups de son revolver sur une boîte de conserve.
Situation 5 : au restaurant, Sarah a le choix entre cinq entrées puis trois plats.
Situation 6 : Paul range quatre objets dans trois boîtes notées A, B et C. Claire ouvre deux boîtes.

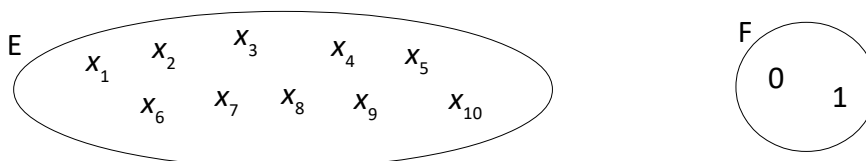
Application 3

On donne les ensembles $E = \{a ; b ; c\}$ et $F = \{1 ; 2\}$.

1. Quelles sont toutes les parties de F ?
2. Quels sont tous les éléments de $E \times F$?
3. Que peut-on dire de $\{1 ; a\}$ par rapport aux ensembles E et F ?
4. Quels sont tous les éléments de F^2 ?
5. Combien de parties a F^3 ?
6. Citer un couple de F qui n'est pas une permutation de F .
7. G est l'ensemble des permutations de E . Décrire G .

Application 4

Soient un ensemble E constitué de dix éléments distincts et un ensemble F égal à $\{0;1\}$.



1. a) Combien de parties contient E ?
 b) Combien de 10-uplets peut-on constituer avec les éléments de l'ensemble F ?
2. Comment pourrait-on lier chaque partie de E à un 10-uplet de F ?