

12-02 Transformation affine d'une variable aléatoire

Propriétés

Soit X et Y deux variables aléatoires telles que $Y = aX + b$ avec a et b deux nombres réels.

On a alors :

- $E(Y) = aE(X) + b$
- $V(Y) = a^2V(X)$
- $\sigma(Y) = |a| \sigma(X)$

Exemple

Lors d'un jeu de hasard, la variable du gain algébrique G d'un joueur est telle que :
$$\begin{cases} E(G) = -3 \\ \sigma(G) = 1 \end{cases}$$

Lors d'un autre jeu, le gain algébrique G' du joueur est tel que $G' = -2G - 7$.

On a alors :

Démonstration

Soit X la variable aléatoire dont la loi est donnée par :

Valeurs x_i	x_1	...	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	...	p_n

La loi de $Y = aX + b$ est donc :

Valeurs y_i
$P(Y = y_i)$

L'espérance de Y vaut :

$$\begin{aligned} E(Y) &= \\ &= \\ &= \\ &= \end{aligned}$$

On démontre la relation des variances de la même manière, à partir de :

$$V(Y) =$$