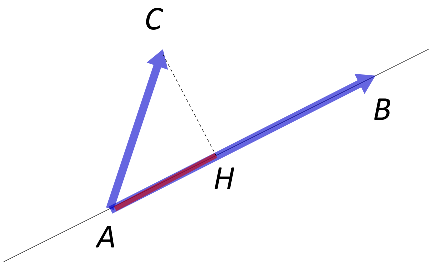
# 06 Le produit scalaire

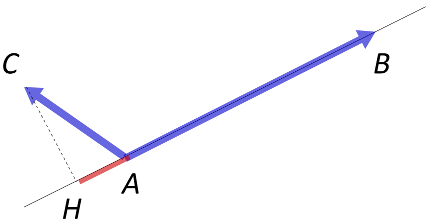
## 06-01 Définition par projection

### Définition et notation

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ permettent de définir un nombre noté $\vec{u}.\vec{v}$ appelé **produit scalaire de $\vec{u}$ et $\vec{v}$**.
On distingue trois cas :

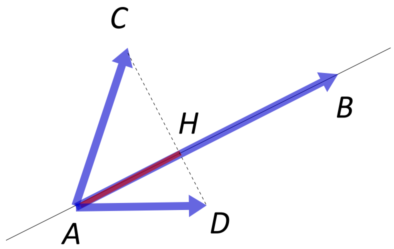
- Si $\vec{u}=\vec{0}$ ou $\vec{v}=\vec{0}$ alors $\vec{u}.\vec{v}=0$.
- Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls alors on considère trois points *A*, *B* et *C* tels que $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v}=\overrightarrow{AC}$.
  Soit *H* le projeté orthogonal de *C* sur (*AB*).
  - Si $H\in[AB)$ alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}= AH\times AB$
  - Si $H\notin[AB)$ alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}= -AH\times AB$




### Remarques

- Si deux points *C* et *D* ont le même projeté orthogonal sur (*AB*) alors les produits scalaires $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ sont égaux.
- Dans le cas du produit scalaire d'un vecteur par lui-même, on parle de **carré scalaire**.
  Le carré scalaire de $\vec{u}$ se note $\vec{u}^2$ et il vaut $\|\vec{u}\|^2$.

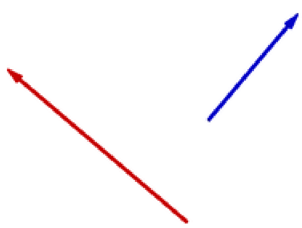



### Définition

Deux vecteurs ayant un produit scalaire égal à 0 sont dits **orthogonaux.**

### Propriété

Deux vecteurs non nuls sont orthogonaux si et seulement si leurs directions sont perpendiculaires.



# 06 Le produit scalaire

## 06-01 Définition par projection

### Définition et notation

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ permettent de définir un nombre noté $\vec{u}\,.\,\vec{v}$ appelé **produit scalaire de $\vec{u}$ et $\vec{v}$**.
On distingue trois cas :

- Si $\vec{u}=\vec{0}$ ou $\vec{v}=\vec{0}$ alors $\vec{u}\,.\,\vec{v}=0$ .
- Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls alors on considère trois points *A*, *B* et *C* tels que $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v}=\overrightarrow{AC}$ .
  Soit *H* le projeté orthogonal de *C* sur (*AB*).
  - Si $H \in [AB)$ alors $\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AC}= AH \times AB$
  - Si $H \notin [AB)$ alors $\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AC}= -AH \times AB$

### Remarques

- Si deux points *C* et *D* ont le même projeté orthogonal sur (*AB*) alors les

  produits scalaires .................. et .................. sont .............................
- Dans le cas du produit scalaire d'un vecteur par lui-même, on parle de **carré scalaire**.

  Le carré scalaire de $\vec{u}$ se note ............... et il vaut ...............

### Définition

Deux vecteurs ayant un produit scalaire égal à 0 sont dits **orthogonaux.**

### Propriété

Deux vecteurs non nuls sont orthogonaux si et seulement si
leurs directions sont perpendiculaires.