

06-02 Définition trigonométrique

Propriété caractéristique

Le produit scalaire de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ vaut $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v})$

Démonstration

On considère trois points A , B et C tels que $\vec{u} = \vec{AB}$ et $\vec{v} = \vec{AC}$. Soit H le projeté orthogonal de C sur (AB) .

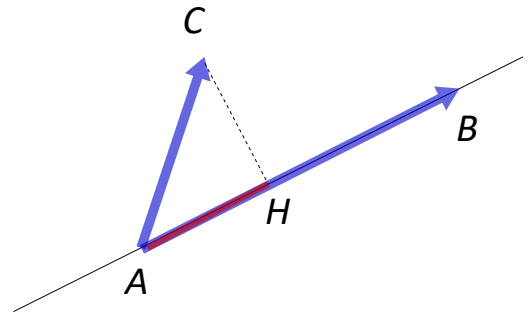
- Cas où $H \in [AB)$

La définition par projection donne : $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \times AH$

Dans le triangle ACH rectangle en H on a $\cos(\widehat{BAC}) = \frac{AH}{AC}$

On a donc $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$

d'où $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \|\vec{AB}\| \times \|\vec{AC}\| \times \cos(\vec{AB}, \vec{AC})$



- Cas où $H \notin [AB)$

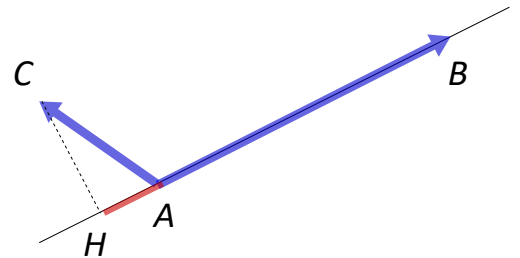
La définition par projection donne : $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -AB \times AH$

Dans le triangle ACH rectangle en H on a $\cos(\pi - \widehat{BAC}) = \frac{AH}{AC}$

On a donc $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -AB \times AC \times \cos(\pi - \widehat{BAC})$

d'où $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -AB \times AC \times (-\cos(\widehat{BAC}))$

d'où $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \|\vec{AB}\| \times \|\vec{AC}\| \times \cos(\vec{AB}, \vec{AC})$



06-02 Définition trigonométrique

Propriété caractéristique

Le produit scalaire de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ vaut $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v})$

Démonstration

On considère trois points A, B et C tels que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$. Soit H le projeté orthogonal de C sur (AB) .

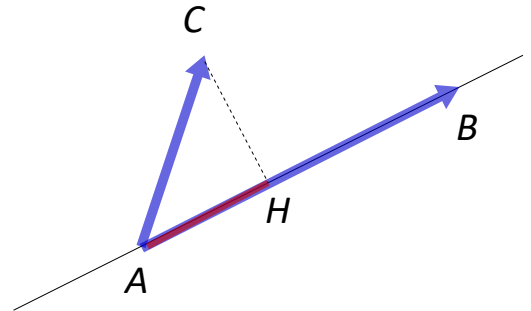
- Cas où $H \in [AB)$

La définition par projection donne :

Dans le triangle ACH rectangle en H on a

On a donc

d'où



- Cas où $H \notin [AB)$

La définition par projection donne :

Dans le triangle ACH rectangle en H on a

On a donc

d'où

d'où

