Énoncés

Exercice 1

On considère les vecteurs ci-contre dans le plan muni du repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).

Calculer les expressions suivantes :

a] $\vec{u}.\vec{v}$

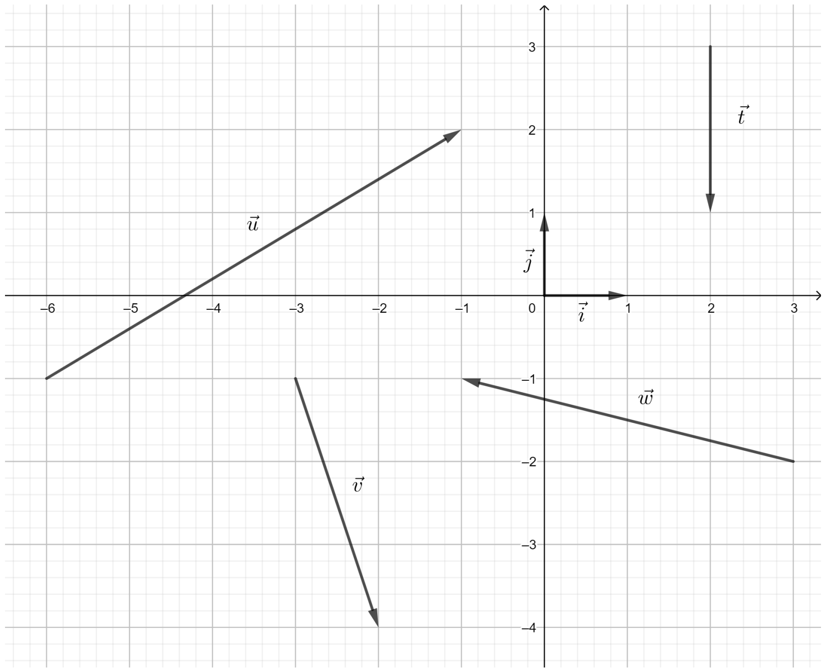
b] $\vec{v}.\vec{w}$

c] $\vec{w}.\vec{t}$

d] $\vec{v}.(\vec{u}+\vec{t})$

e] $\vec{v}.(2\vec{t}-w)$

f] $(\vec{u}-5\vec{v}).(2\vec{w}+\vec{t})$



Exercice 2

Dans le plan muni du repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$), on considère les points $A(2;6)$; $B(11;9)$ et $C(6;-3)$.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CB}$.

2. Déterminer si le triangle ABC est isocèle.

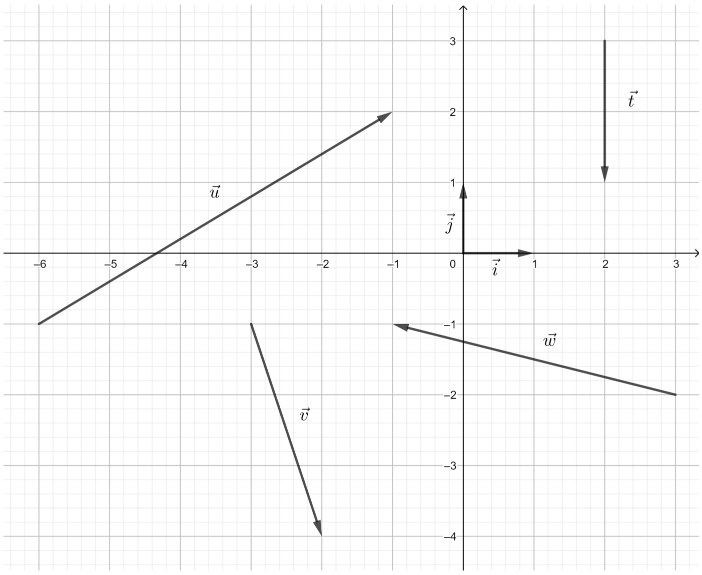
3. Déterminer si le triangle ABC est rectangle.

4. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ arrondie au dixième de degré.

Corrigés

Exercice 1

On a $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$; $\vec{w}\begin{pmatrix}-4\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{t}\begin{pmatrix}0\\-2\end{pmatrix}$.



a] $\vec{u}.\vec{v}$ = **-4**

b] $\vec{v}.\vec{w}$ = **-7**

c] $\vec{w}.\vec{t}$ = **-2**

d] $\vec{v}.(\vec{u}+\vec{t})$ = **2**

e] $\vec{v}.(2\vec{t}-w)$ = **19**

f] $(\vec{u}-5\vec{v}).(2\vec{w}+\vec{t})$ = **0**

Exercice 2

1. On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}9\\3\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4\\-9\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix}5\\12\end{pmatrix}$.

2. On a $AB=\sqrt{90}$; $AC=\sqrt{97}$ et $BC=\sqrt{169}$. Par conséquent, ***ABC* n'est pas un triangle isocèle**.

3. On a montré dans la question précédente que [*BC*] est le plus grand côté de *ABC*.
Comme l'hypoténuse d'un triangle rectangle est son plus grand côté, alors il est impossible que *ABC* soit rectangle ailleurs qu'en *A*.

On a $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=36-27=9$.
Comme $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\neq 0$ alors $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas orthogonaux et *ABC* n'est pas rectangle en *A*.

Le triangle *ABC* n'est donc pas rectangle.

4. On a $AB=\sqrt{90}$; $AC=\sqrt{97}$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=9$.

On a donc : $\sqrt{90}\times\sqrt{97}\times\cos(\widehat{ABC})=9$

D'où $\cos(\widehat{ABC})=\dfrac{9}{\sqrt{8730}}$

$\widehat{ABC}=\cos^{-1}\left(\dfrac{9}{\sqrt{8730}}\right)\approx$ **84,5 °**