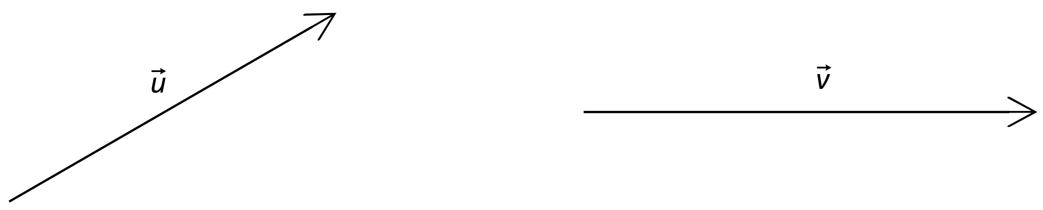
Énoncés

Exercice 1

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ci-dessous.
Estimer le produit scalaire $\vec{u}.\vec{v}$ par la méthode de la médiane et en utilisant les instruments de géométrie, sachant que $\|\vec{u}\|=5$.



Exercice 2

Soit un parallélogramme *ABCD* avec *AB* = 8 ; *AD* = 5 et *AC* = 11.

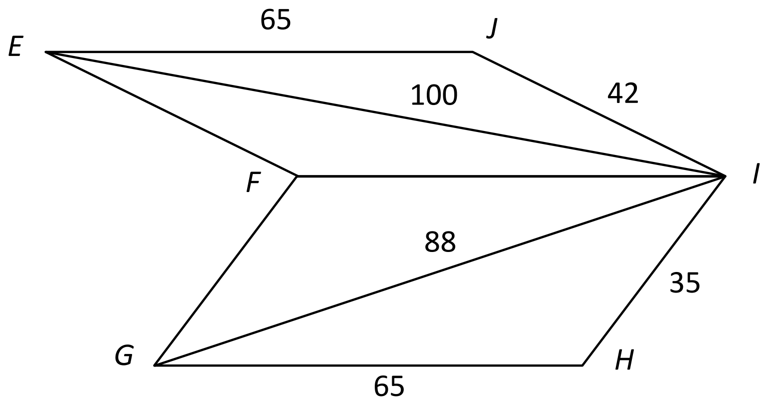
1. Calculer $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}$.

2. Calculer la valeur arrondie au degré de l'angle $\widehat{DAB}$.

3. Calculer *BD.*

Exercice 3

On considère les parallélogrammes *EFIJ* et *GHIF* ci-dessous.



Déterminer l'angle $\widehat{EFG}$, arrondi au centième de degré près.

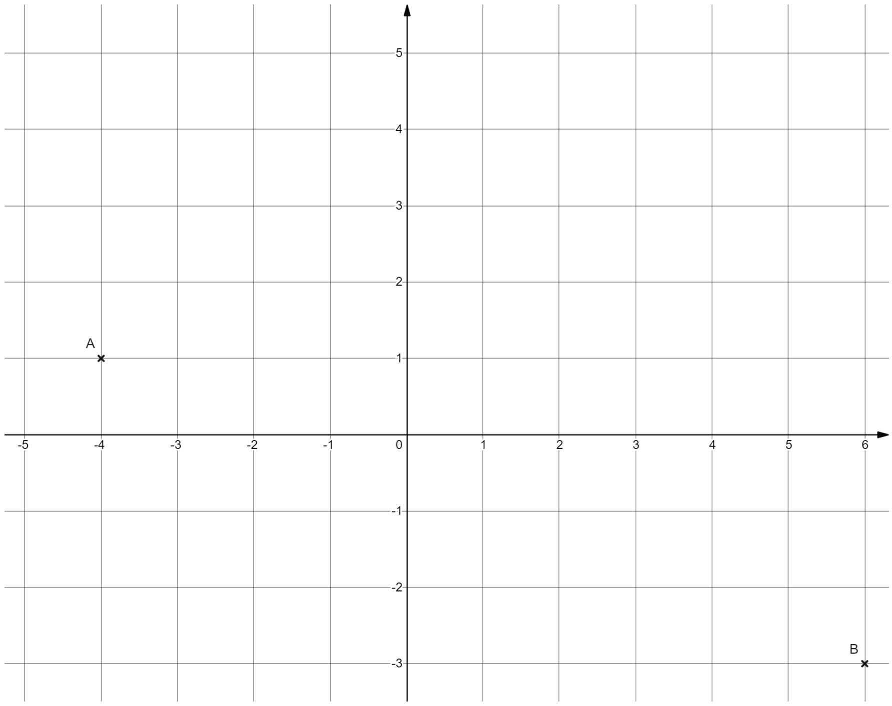
Exercice 4

On considère les points A(-4;1) et B(6;-3) dans un repère orthonormé.

1. **a]** Tracer en bleu l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AM}=0$

b] Tracer en rouge l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AM}=68$

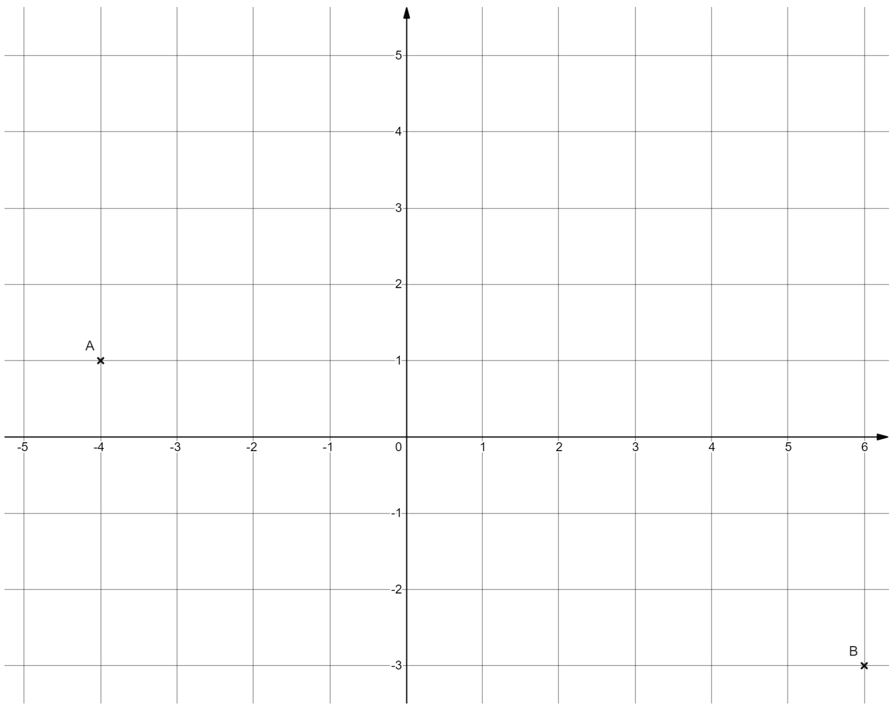
c] Tracer en vert l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AM}=-16$



2. **a]** Tracer en bleu l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$

b] Tracer en rouge l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=-13$

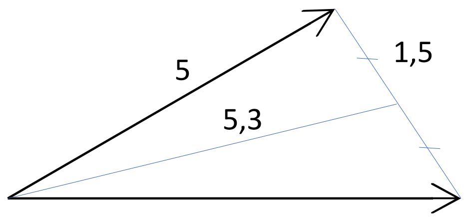
c] Tracer en vert l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=7$



Corrigés

Exercice 1

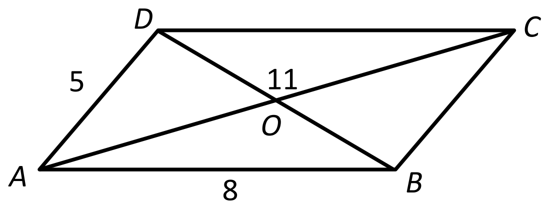
En utilisant la méthode de la quatrième proportionnelle, on détermine les longueurs ci-contre.



On a alors $\vec{u}.\vec{v}=5{,}3^2-1{,}5^2$
D'où $\vec{u}.\vec{v}\approx\mathbf{26}$

Exercice 2

On exprime de trois façons différentes le même produit scalaire.



1. On a : $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}(AC^2-AD^2-AB^2)$

$\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}(121-25-64)$

$\boldsymbol{\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}=16}$

2. On a : $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}=AD\times AB\times\cos(\widehat{DAB})$

donc $\cos(\widehat{DAB})=\frac{16}{5\times 8}$

d'où $\widehat{DAB}=\cos^{-1}(0{,}4)\approx\mathbf{66\,°}$

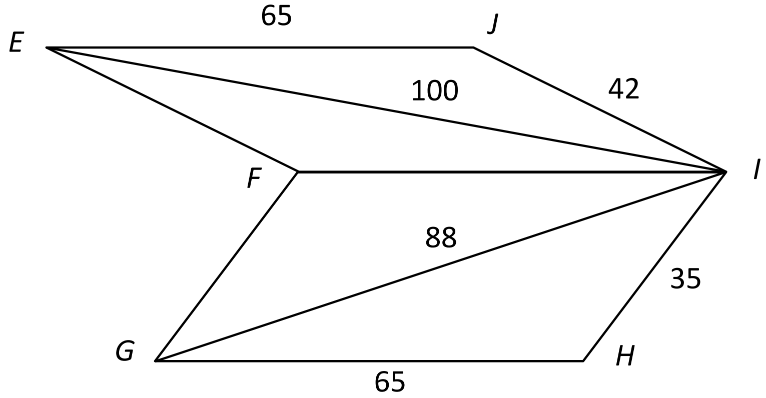
3. On a : $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}=\left(\frac{AC}{2}\right)^2-\left(\frac{BD}{2}\right)^2$

$16=5{,}5^2-\frac{BD^2}{4}$

$BD^2=57$

D'où $\boldsymbol{BD=\sqrt{57}}\approx 7{,}55$

Exercice 3



- On a : $\vec{IJ}.\vec{IF}=\frac{1}{2}(IE^2-IJ^2-IF^2)$

  $\vec{IJ}.\vec{IF}=\frac{1}{2}(100^2-42^2-65^2)$

  $\vec{IJ}.\vec{IF}=2005,5$

  On a : $\vec{IJ}.\vec{IF}=IJ\times IF\times\cos(\widehat{FIJ})$

  donc $\cos(\widehat{FIJ})=\dfrac{2005,5}{42\times 65}$

  d'où $\widehat{FIJ}=\cos^{-1}\left(\dfrac{191}{260}\right)$

- On a : $\vec{IH}.\vec{IF}=\frac{1}{2}(IG^2-IH^2-IF^2)$

  $\vec{IH}.\vec{IF}=\frac{1}{2}(88^2-35^2-65^2)$

  $\vec{IH}.\vec{IF}=1147$

  On a : $\vec{IH}.\vec{IF}=IH\times IF\times\cos(\widehat{FIH})$

  donc $\cos(\widehat{FIH})=\dfrac{1147}{35\times 65}$

  d'où $\widehat{FIH}=\cos^{-1}\left(\dfrac{1147}{2275}\right)$

- On a $\widehat{EFG}=\widehat{JIH}$

  $=\widehat{FIJ}+\widehat{FIH}$

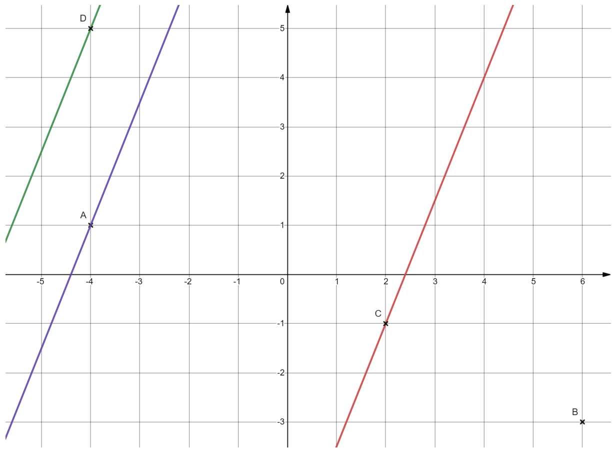
  $=\cos^{-1}\left(\dfrac{191}{260}\right)+\cos^{-1}\left(\dfrac{1147}{2275}\right)$

  D'où $\boldsymbol{\widehat{EFG}\approx 102,45\,°}$

Exercice 4

1. **a]** L'ensemble des points *M* tels que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 0$ est la droite perpendiculaire à (*AB*) en *A*.

b] On cherche un point *C*(*x* ; *y*) tel que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 68$.



On a : $10(x - (-4)) + (-4)(y - 1) = 68$
$10(x + 4) - 4(y - 1) = 68$
$10x - 4y = 24$

Choisissons *C*(4 ; -1).
L'ensemble des points *M* tels que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 68$ est la droite perpendiculaire à (*AB*) en *C*.

c] On cherche un point *D*(*x* ; *y*) tel que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = -16$.

On a : $10(x - (-4)) + (-4)(y - 1) = -16$
$10(x + 4) - 4(y - 1) = -16$
$10x - 4y = -60$

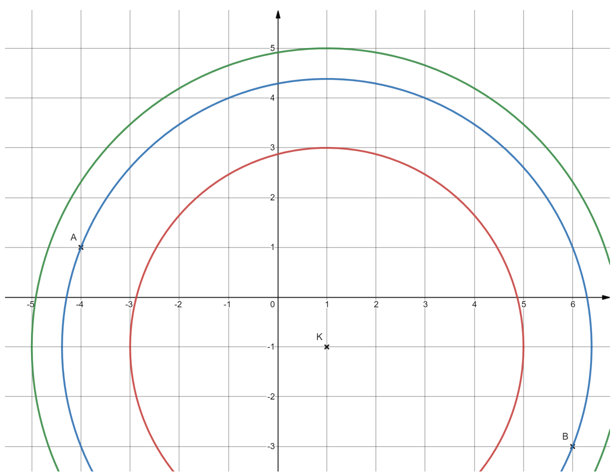
Choisissons *D*(-4 ; 5).
L'ensemble des points *M* tels que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = -16$ est la droite perpendiculaire à (*AB*) en *D*.

2. Soit *K*(1 ; -1) le milieu de [*AB*].

a] L'ensemble des points *M* tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ est le cercle de diamètre [*AB*].

b] On sait que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MK^2 - AK^2$ avec $AK^2 = 5^2 + 2^2 = 29$.

On cherche *M* tel que : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = -13$
$MK^2 - 29 = -13$
$MK^2 = 16$



L'ensemble des points *M* tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = -13$ est le cercle de centre *K* et de rayon 4.

c] On cherche *M* tel que : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 7$
$MK^2 - 29 = 7$
$MK^2 = 36$

L'ensemble des points *M* tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 7$ est le cercle de centre *K* et de rayon 6.