Les Épreuves Communes de Contrôle Continu (E3C) faisaient initialement partie de la réforme du bac de 2019. Elles sont composées d'exercices représentatifs de ce qu'un élève doit avoir retenu de son année de spécialité. Compter 30 minutes par exercice.

Énoncés

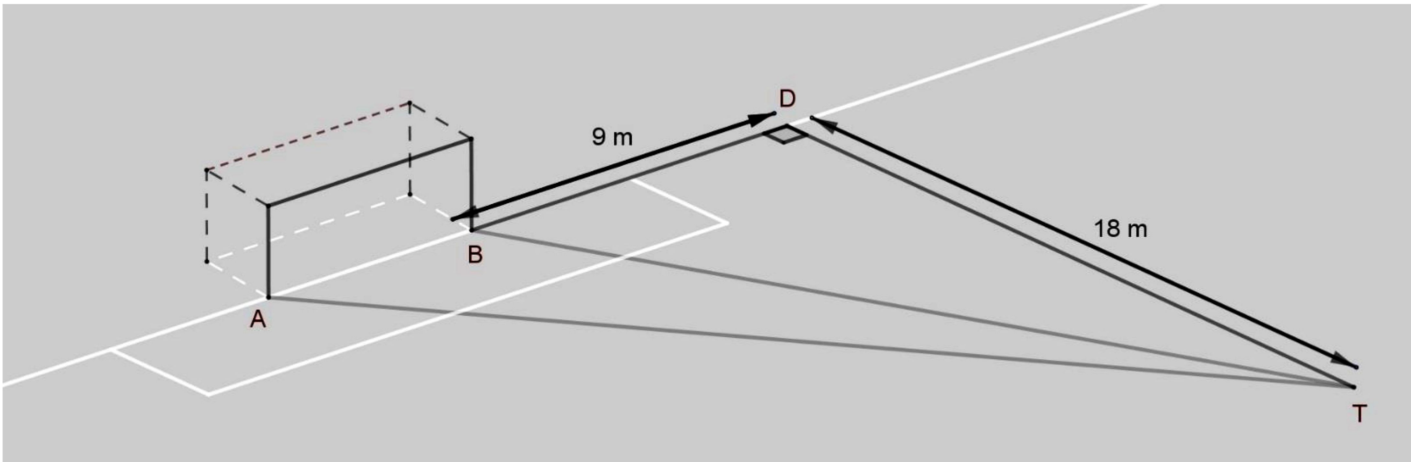
Exercice 1

Les questions de ce questionnaire à choix multiples (QCM) sont indépendantes.
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1. ABC est un triangle tel que : $AB = 3$, $BC = 5$ et $AC = 6$. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ est égal à ...	10	environ 10	11	environ 11
2. $ABCD$ est un carré de centre O tel que $AB = 1$. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{OD}$ est égal à ...	1	0,5	-0,5	-1
3. $ABCD$ est un parallélogramme tel que : $AB = 3$, $AD = 4$ et $\widehat{BAD}=\frac{\pi}{3}$. $\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DC}$ est égal à ...	10	-10	6	-6
4. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs orthongonaux tels que $\Vert\vec{u}\Vert=2$ et $\Vert\vec{v}\Vert=1$. $(\vec{u}+\vec{v}).(2\vec{u}-\vec{v})$ est égal à ...	6	9	13	7
5. On considère deux points distincts P et N. L'ensemble des points M qui vérifient l'égalité $\overrightarrow{MP}.\overrightarrow{MN}=0$ est ...	un cercle de rayon PN	le cercle de diamètre $[PN]$	la droite (PN)	la médiatrice de $[PN]$

Exercice 2

Sur le dessin ci-dessous, la largeur du but est $AB = 7{,}32$ m.
Les points A, B et D sont alignés.
On appelle T le point où se trouve le ballon.
Le triangle TAD est rectangle en D.



1. Pourquoi peut-on affirmer que le produit scalaire $\overrightarrow{TD}.\overrightarrow{DB}$ vaut 0 ?

2. Montrer que $\overrightarrow{TA}.\overrightarrow{TB}=470{,}88$.

3. Déterminer une valeur approchée au dixième de degré près de l'angle de tir $\widehat{ATB}$.

Exercice 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}\ ; \vec{j}\ )$.
On considère les points : $A(-1 ; -3)$, $B(1 ; 2)$ et $C(7 ; 1)$.

1. Déterminer si le triangle ABC est isocèle en B.

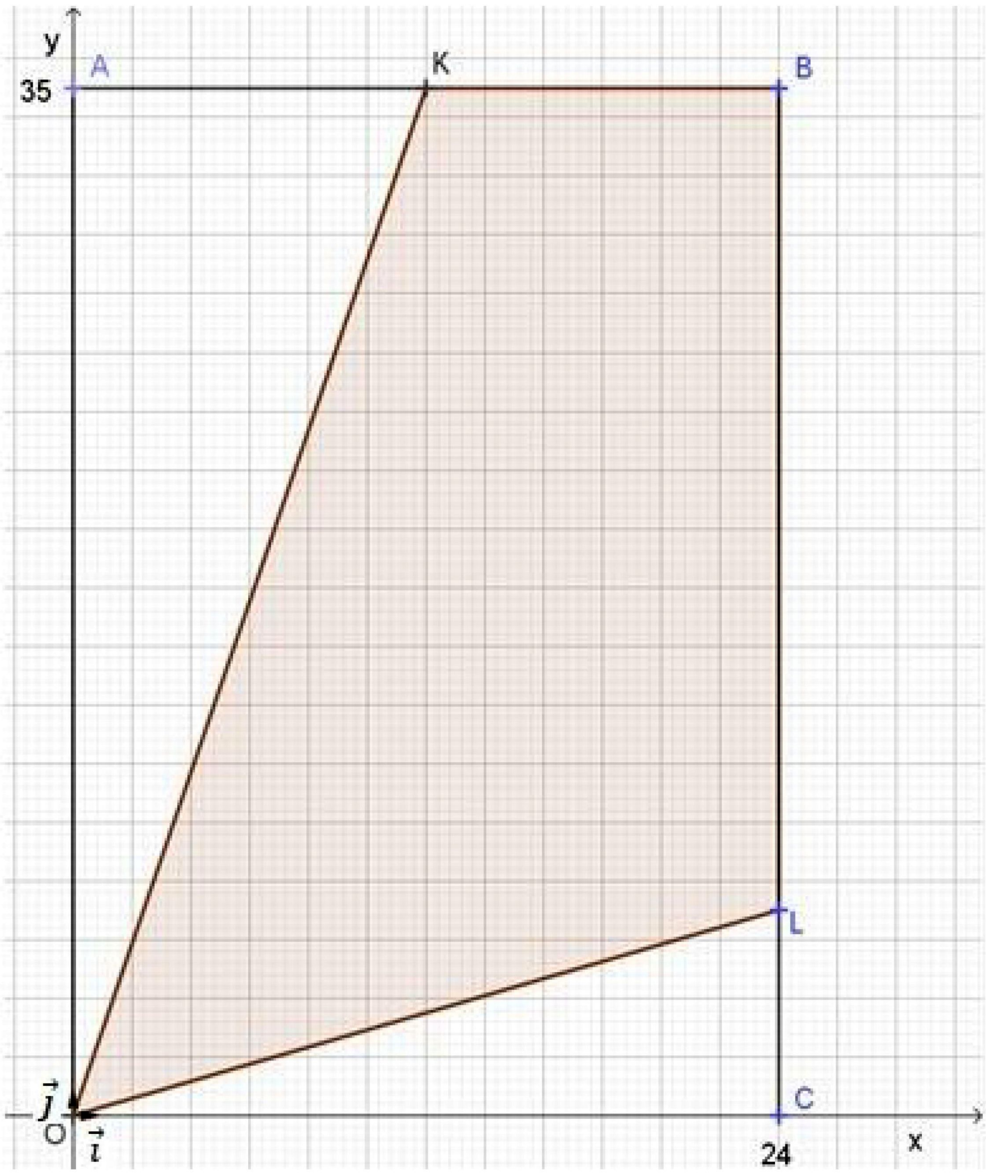
2. Déterminer la valeur arrondie au centième de degré de l'angle $\widehat{BAC}$.

3. On considère le point H de coordonnées (2,6 ; -1,2).
Déterminer si H est le projeté orthogonal du point B sur la droite (AC).

Exercice 4

Le rectangle *OABC* ci-dessous représente une place touristique vue de dessus.
Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}\ ; \vec{j}\ )$ tel que $\overrightarrow{OC}=24\vec{i}$ et $\overrightarrow{OA}=35\vec{j}$.
Afin d'éclairer le plus grand nombre de monuments, on place au point *O* un projecteur lumineux qui permet d'éclairer la partie du plan délimitée par les segments de droite [*OK*] et [*OL*] tels que :

- *K* est le milieu de [*AB*]
- $\overrightarrow{CL}=\frac{1}{5}\overrightarrow{CB}$.



1. Sans justifier, écrire les coordonnées des points *A*, *B*, *C*, *K* et *L*.

2. Un visiteur affirme : « Moins des deux tiers de la surface de la place est éclairée ».
Cette affirmation est-elle exacte ?

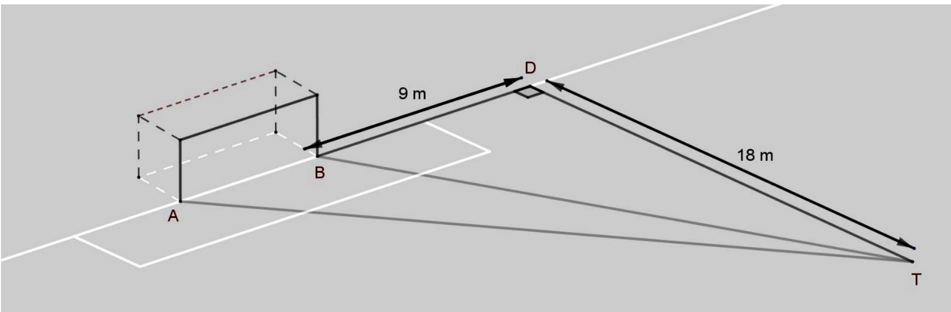
3. **a]** Sans justifier, écrire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OK}$ et $\overrightarrow{OL}$.
b] Montrer que le produit scalaire $\overrightarrow{OK}.\overrightarrow{OL}$ est égal à 533.
c] En déduire la mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{KOL}$.

Corrigés

Exercice 1

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1. *ABC* est un triangle tel que : $AB = 3$, $BC = 5$ et $AC = 6$. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ est égal à ...	10			
2. *ABCD* est un carré de centre *O* tel que $AB = 1$. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{OD}$ est égal à ...			-0,5	
3. *ABCD* est un parallélogramme tel que : $AB = 3$, $AD = 4$ et $\widehat{BAD}=\frac{\pi}{3}$. $\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DC}$ est égal à ...				-6
4. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs orthongonaux tels que $\Vert\vec{u}\Vert=2$ et $\Vert\vec{v}\Vert=1$. $(\vec{u}+\vec{v}).(2\vec{u}-\vec{v})$ est égal à ...				7
5. On considère deux points distincts *P* et *N*. L'ensemble des points *M* qui vérifient l'égalité $\overrightarrow{MP}.\overrightarrow{MN}=0$ est ...		le cercle de diamètre [*PN*]		

Exercice 2



1. Comme les droites (BD) et (TD) sont perpendiculaires alors les vecteurs $\overrightarrow{TD}$ et $\overrightarrow{DB}$ sont orthogonaux.
Par conséquent $\boldsymbol{\overrightarrow{TD}.\overrightarrow{DB}=0}$.

2. On a

$$\begin{aligned}\overrightarrow{TA}.\overrightarrow{TB}&=(\overrightarrow{TD}+\overrightarrow{DA}).(\overrightarrow{TD}+\overrightarrow{DB})\\&=TD^2+\overrightarrow{TD}.\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{TD}+\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DB}\\&=18^2+0+0+9\times(9+7{,}32)\\&=324+146{,}88\end{aligned}$$

Donc $\boldsymbol{\overrightarrow{TA}.\overrightarrow{TB}=470{,}88}$

3. Dans le triangle TDB rectangle en D, on a :

$TB^2 = TD^2 + BD^2$
$TB^2 = 18^2 + 9^2$
$TB^2 = 405$ Donc $TB=\sqrt{405}$

Dans le triangle TDA rectangle en D, on a :

$TA^2 = TD^2 + AD^2$
$TA^2 = 18^2 + 16{,}2^2$
$TA^2 = 586{,}44$ Donc $TA=\sqrt{586{,}44}$

On a $\overrightarrow{TA}.\overrightarrow{TB}=TA\times TB\times\cos(\widehat{ATB})$

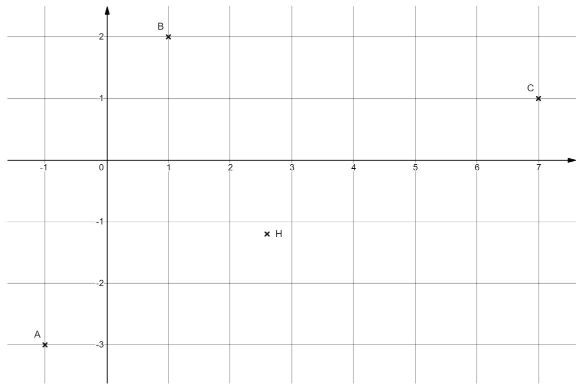
donc $470{,}88=\sqrt{405}\times\sqrt{586{,}44}\times\cos(\widehat{ATB})$

d'où $\widehat{ATB}=\cos^{-1}\left(\dfrac{470{,}88}{\sqrt{405}\times\sqrt{586{,}44}}\right)$

$\boldsymbol{\widehat{ATB}\approx 14{,}9\,°}$

Exercice 3

On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}6\\-1\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}8\\4\end{pmatrix}$



1. On a $AB=\sqrt{2^2+5^2}$ et $BC=\sqrt{6^2+(-1)^2}$
$AB=\sqrt{29}$ et $BC=\sqrt{37}$

Comme $AB \neq BC$ alors le triangle ***ABC* n'est pas isocèle en *B***.

2. On a : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=2\times 8+5\times 4$
$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=36$

On a : $AC=\sqrt{8^2+4^2}$
$AC=\sqrt{80}$

On a : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AB\times AC\times \cos(\widehat{BAC})$
$36=\sqrt{29}\times\sqrt{80}\times\cos(\widehat{BAC})$

donc $\widehat{BAC}=\cos^{-1}\left(\dfrac{36}{\sqrt{29}\times\sqrt{80}}\right)$

$\boldsymbol{\widehat{BAC}\approx 41{,}63\,°}$

3. On a : $\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix}1{,}6\\-3{,}2\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix}3{,}6\\1{,}8\end{pmatrix}$

- On a : $\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=1{,}6\times 8+(-3{,}2)\times 4$
  $\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=12{,}8-12{,}8$
  donc $\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=0$

  Par conséquent, **(*BH*) et (*AC*) sont perpendiculaires**.

- On a : 3,6×4 = 14,4 et 1,8×8 = 14,4.
  Comme 3,6×4 = 1,8×8 alors les vecteurs $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}8\\4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix}3{,}6\\1{,}8\end{pmatrix}$ sont colinéaires.

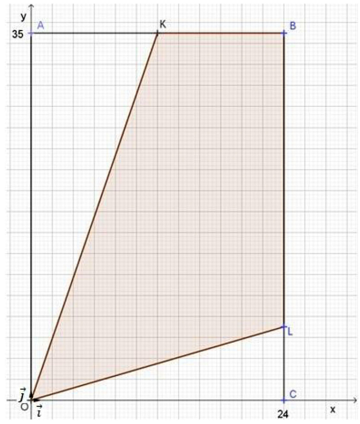
  Par conséquent, les points ***A*, *C* et *H* sont alignés**.

On déduit des deux points précédents que ***H* est le projeté orthogonal du point *B* sur la droite (*AC*)**.

Exercice 4

1. On a : $A(0\ ;35)$; $B(24\ ;35)$; $C(24\ ;0)$; $K(12\ ;35)$; $L(24\ ;7)$.

2. La surface éclairée est celle du rectangle *OABC* diminuée de celles des triangles *OAK* et *OCL*.



- L'aire du rectangle *OABC* vaut 35×24 = 840.

  L'aire du triangle *OAK* vaut $\dfrac{12\times35}{2}=210$.

  L'aire du triangle *OCL* vaut $\dfrac{24\times7}{2}=84$.

- La surface éclairée a une aire valant 840 – 210 – 84 = 546.

  Le pourcentage de la surface éclairée vaut $\dfrac{546}{840}=65\,\%$

Comme $\dfrac{2}{3}\approx0{,}66$ alors l'affirmation « Moins des deux tiers de la surface de la place est éclairée » est **exacte**.

3. a] On a : $\overrightarrow{OK}\begin{pmatrix}12\\35\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OL}\begin{pmatrix}24\\7\end{pmatrix}$.

b] On a : $\overrightarrow{OK}.\overrightarrow{OL}=12\times24+35\times7$

donc $\overrightarrow{OK}.\overrightarrow{OL}=288+245$

$\boldsymbol{\overrightarrow{OK}.\overrightarrow{OL}=533}$

c] On a $OK=\sqrt{12^2+35^2}$ et $OL=\sqrt{24^2+7^2}$

donc $OK = 37$ et $OL = 25$

On a : $\overrightarrow{OK}.\overrightarrow{OL}=OK\times OL\times\cos(\widehat{KOL})$

$533=37\times25\times\cos(\widehat{KOL})$

donc $\widehat{KOL}=\cos^{-1}\left(\dfrac{533}{37\times25}\right)$

d'où $\boldsymbol{\widehat{KOL}\approx55\,°}$