07 Les fonctions dérivées

07-01 Dérivabilité et fonction dérivée

Définition

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.
Si, pour tout x de I, le nombre dérivé de f en x existe, alors on dit que f est **dérivable** sur I.
On définit alors la **fonction dérivée** de f notée $\boldsymbol{f'}$.

Exemples

- Considérons la fonction affine $f : x \to 3x - 1$
  f a pour courbe représentative une droite de pente 3.
  En tout point de cette droite, la tangente à la courbe est une droite de pente 3.
  Par conséquent la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et a pour fonction dérivée f' telle que $\boldsymbol{f'(x) = 3}$.

- Considérons la fonction carré $f : x \to x^2$
  Pour toute valeur x de $\mathbb{R}$, le taux de variation entre x et $x + h$ vaut :

$$\begin{aligned} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} &= \frac{(x+h)^2-x^2}{h} \\ &= \frac{x^2+2xh+h^2-x^2}{h} \\ &= 2x+h \end{aligned}$$

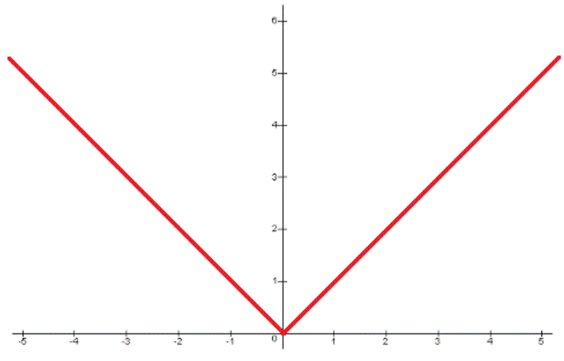
  Lorsque h tend vers 0, ce taux de variation tend vers $2x$.

  On en déduit que, pour tout réel x, le nombre dérivé de f en x existe et vaut $2x$.
  Par conséquent, la fonction carré est dérivable sur $\mathbb{R}$ et a pour fonction dérivée f' telle que $\boldsymbol{f'(x) = 2x}$.

Remarques

- Dans l'exemple précédent, on écrit parfois en abrégé que $(x^2)' = 2x$.

- Il existe des fonctions définies mais non dérivables en une valeur.
  La fonction valeur absolue est définie sur $\mathbb{R}$ mais dérivable seulement sur $]-\infty ; 0[$ et sur $]0 ; +\infty[$
  Sur $]-\infty ; 0[$ sa fonction dérivée est $x : \to -1$
  Sur $]0 ; +\infty[$ sa fonction dérivée est $x : \to 1$



07 Les fonctions dérivées

07-01 Dérivabilité et fonction dérivée

Définition

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.
Si, pour tout x de I, le nombre dérivé de f en x existe, alors on dit que f est **dérivable** sur I.
On définit alors la **fonction dérivée** de f notée $\boldsymbol{f'}$.

Exemples

- Considérons la fonction affine $f : x \rightarrow 3x - 1$
  f a pour courbe représentative une droite de pente ....
  En tout point de cette droite, la tangente à la courbe est une droite de pente ....
  Par conséquent la fonction f est .... sur $\mathbb{R}$ et a pour fonction dérivée f' telle que $f'(x)$ = ...

- Considérons la fonction carré $f : x \rightarrow x^2$
  Pour toute valeur x de $\mathbb{R}$, le taux de variation entre x et $x + h$ vaut :

  ....

  ....

  ....

  Lorsque h tend vers 0, ce taux de variation tend vers ....

  On en déduit que, pour tout réel x, le nombre dérivé de f en x existe et vaut ....
  Par conséquent, la fonction carré est dérivable sur ..... et a pour fonction dérivée f' telle que $f'(x)$ = ...

Remarques

- Dans l'exemple précédent, on écrit parfois en abrégé que (........)' = $2x$.

- Il existe des fonctions définies mais non dérivables en une valeur.
  La fonction valeur absolue est définie sur .... mais dérivable seulement sur .... et sur ....
  Sur]-∞ ; 0[sa fonction dérivée est $x : \rightarrow$ ....
  Sur]0 ; +∞[sa fonction dérivée est $x : \rightarrow$ ....