

07-03 Opérations sur les dérivées**Propriété**

Soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I .

La fonction $u \times v$ est dérivable sur I et sa dérivée est la fonction $u' \times v + v' \times u$

Exemple

Soit $f(x) = (5x - 3)\sqrt{x}$

On pose : $u(x) = 5x - 3$ et $v(x) = \sqrt{x}$

On a : $u'(x) = 5$ et $v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$\begin{aligned} \text{D'où } f'(x) &= 5\sqrt{x} + \frac{5x-3}{2\sqrt{x}} \\ &= \frac{15x-3}{2\sqrt{x}} \end{aligned}$$

Propriété

Soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I telles que v ne s'annule pas sur I .

La fonction $\frac{u}{v}$ est dérivable sur I et sa dérivée est la fonction $\frac{u'v - v'u}{v^2}$.

Exemple

Soit $f(x) = \frac{5x-3}{2x+7}$

On pose : $u(x) = 5x - 3$ et $v(x) = 2x + 7$

On a : $u'(x) = 5$ et $v'(x) = 2$

$$\begin{aligned} \text{D'où } f'(x) &= \frac{5(2x+7) - 2(5x-3)}{(2x+7)^2} \\ &= \frac{41}{(2x+7)^2} \end{aligned}$$

Propriété

Soit u une fonction.

Soit la fonction $f(x)$ qui a pour dérivée la fonction $f'(x)$.

Alors la fonction $f(u)$ a pour dérivée la fonction $f'(u) \times u'$.

Exemple

La fonction $f(x) = (5x - 3)^3$
 a pour dérivée : $f'(x) = 3(5x - 3)^2 \times 5$
 $f'(x) = 15(5x - 3)^2$

07-03 Opérations sur les dérivées

Propriété

Soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I .

La fonction $u \times v$ est dérivable sur I et sa dérivée est la fonction $u' \times v + v' \times u$

Exemple

Soit $f(x) = (5x - 3) \sqrt{x}$

On pose : $u(x) = \dots\dots\dots$ $v(x) = \dots\dots\dots$

On a : $u'(x) = \dots\dots\dots$ $v'(x) = \dots\dots\dots$

D'où $f'(x) = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

Propriété

Soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I telles que v ne s'annule pas sur I .

La fonction $\frac{u}{v}$ est dérivable sur I et sa dérivée est la fonction $\frac{u'v - v'u}{v^2}$.

Exemple

Soit $f(x) = \frac{5x-3}{2x+7}$

On pose : $u(x) = \dots\dots\dots$ $v(x) = \dots\dots\dots$

On a : $u'(x) = \dots\dots\dots$ $v'(x) = \dots\dots\dots$

D'où $f'(x) = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

Propriété

Soit u une fonction.

Soit la fonction $f(x)$ qui a pour dérivée la fonction $f'(x)$.

Alors la fonction $f(u)$ a pour dérivée la fonction $f'(u) \times u'$.

Exemple

La fonction $f(x) = (5x - 3)^3$

a pour dérivée : $f'(x) = \dots\dots\dots$

$f'(x) = \dots\dots\dots$