08-02 La notation e^x

Propriété

Quels que soient les réels a et b on a : exp(a) × exp(b) = exp(a + b)

Démonstration

Soit un nombre a fixe et soit la fonction f qui, à tout x, associe $f(x)=\dfrac{\exp(x+a)}{\exp(x)}$.

On a alors $f'(x)=\dfrac{\exp(x+a)\times\exp(x)-\exp(x)\times\exp(x+a)}{(\exp(x))^2}=0$.

La fonction f est donc constante. Comme $f(0)$ = exp(a) alors la fonction f est toujours égale à exp(a).
Ceci étant vrai quel que soit le nombre a choisi au départ, on en déduit la propriété.

Remarques

- En choisissant deux fois la valeur a, on obtient $(\exp(a))^2 = \exp(2a)$.
  De façon générale, on a $(\exp(a))^n = \exp(n\times a)$.

- En choisissant les valeurs a et ($-a$) on montre que $\exp(-a)=\dfrac{1}{\exp(a)}$.

  On a alors $\exp(a-b)=\dfrac{\exp(a)}{\exp(b)}$.

Notations

On note **e** le nombre égal à exp(1) qui vaut environ 2,718.
Pour toute valeur réelle de x, on note $\mathbf{e}^x$ le nombre égal à exp(x).

Propriétés

Quels que soient l'entier n et les réels x et y, on a :

$e^x \times e^y = e^{x+y}$ $\quad$ $(e^x)^n = e^{nx}$ $\quad$ $e^{-x}=\dfrac{1}{e^x}$ $\quad$ $\dfrac{e^x}{e^y}=e^{x-y}$

Remarques

- La notation e^x crée une confusion volontaire avec les puissances de base e et d'exposants x non entiers.

- On peut faire une interprétation graphique de la relation $e^{x+1} = e^x \times e$.
  Un déplacement horizontal de 1 unité sur la courbe représentative de la fonction exponentielle multiplie l'ordonnée par environ 2,718.

08-02 La notation e^x

Propriété

Quels que soient les réels *a* et *b* on a : $\exp(a) \times \exp(b) = \exp(a + b)$

Démonstration

Soit un nombre *a* fixe et soit la fonction *f* qui, à tout *x*, associe $f(x)=\dfrac{\exp(x+a)}{\exp(x)}$

On a alors $f'(x)$ = ...

La fonction *f* est ....

Comme $f(0)$ = ... alors la fonction *f* est toujours ....

Remarques

- En choisissant deux fois la valeur *a*, on obtient $(\exp(a))^2$ = ...

  De façon générale, on a $(\exp(a))^n$ = ...

- En choisissant les valeurs *a* et (-*a*) on montre que $\exp(-a)$ = ...

  On a alors $\exp(a - b)$ = ...

Notations

On note **e** le nombre égal à exp(1) qui vaut environ 2,718.
Pour toute valeur réelle de *x*, on note $\mathbf{e}^x$ le nombre égal à $\exp(x)$.

Propriétés

Quels que soient l'entier *n* et les réels *x* et *y*, on a :

$e^x \times e^y = e^{x+y}$ $\qquad (e^x)^n = e^{nx}$ $\qquad e^{-x}=\dfrac{1}{e^x}$ $\qquad \dfrac{e^x}{e^y}=e^{x-y}$

Remarques

- La notation .... crée une confusion volontaire avec les puissances de base e d'exposants *x* non entiers.
- On peut faire une interprétation graphique de la relation $e^{x+1} = e^x \times e$. Un déplacement horizontal de 1 unité sur la courbe représentative de la fonction exponentielle multiplie l'ordonnée par environ ....