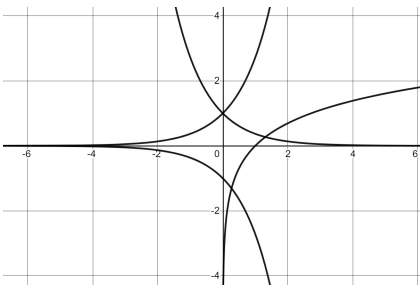


Les Épreuves Communes de Contrôle Continu (E3C) faisaient initialement partie de la réforme du bac de 2019. Elles sont composées d'exercices représentatifs de ce qu'un élève doit avoir retenu de son année de spécialité. Compter 30 minutes par exercice.

Énoncés

Exercice 1

Les questions de ce questionnaire à choix multiples (QCM) sont indépendantes.
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1. Quelle fonction n'est pas représentée ci-dessous ? 	$x \mapsto \exp(x)$	$x \mapsto \exp(-x)$	$x \mapsto -\exp(x)$	$x \mapsto -\exp(-x)$
2. Quelle est l'ensemble des solutions de l'inéquation $e^{-x} > 1$?	$] -\infty ; 0[$	$] -\infty ; -1[$	$] 1 ; +\infty[$	$] 0 ; +\infty[$
3. On a $(e^x + e^{-y})(e^{-x} - e^y) = \dots$	0	$e^{-x^2} - e^{-y^2}$	$\frac{1}{e^{x+y}} - e^{x+y}$	$-2e^{x+y}$
4. Soit (u_n) la suite définie par $u_n = \exp(n)$ pour tout entier n. On peut affirmer que ...	La suite (u_n) est géométrique	La suite (u_n) est arithmétique	$(u_n)^2 = u_{n^2}$	$(u_n)^2 = 2u_n$
5. Soit (C) la courbe représentant la fonction exponentielle. Quelle est la pente de la tangente à (C) au point d'ordonnée $\exp(1)$?	1	2	e	3

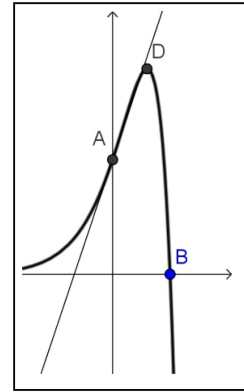
Exercice 2

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (5 - 2x)e^x$.

On note (C) la courbe représentative de f .

Sur la figure ci-contre, on a tracé (C) dans un repère orthogonal dont les unités ont été effacées.

A est le point d'intersection de (C) avec l'axe des ordonnées.
 B est le point d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses.
 D est le point de (C) dont l'ordonnée est le maximum de f sur $\mathbb{R}$.



1. Calculer les coordonnées des points A et B .
2. Soit f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$.
Déterminer une expression factorisée de f' .
3. Étudier le sens de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
4. Déterminer les coordonnées du point D .
5. **a]** Déterminer une équation de la droite (T) tangente à (C) en A .
b] Déterminer si le point D appartient à la droite (T) .

Exercice 3

Un sportif subit l'injection intramusculaire d'un produit qui se diffuse progressivement dans le sang.

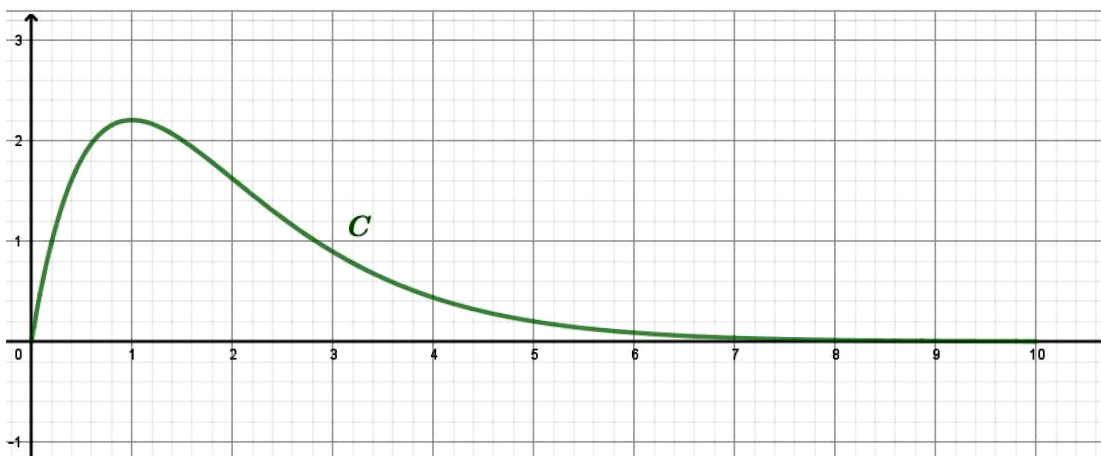
On admet que la concentration de ce produit dans le sang, exprimée en milligrammes par litre (mg/L), est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 10]$ par :

$$f(x) = \frac{ax}{e^x} \quad \text{où } x \text{ est le temps (en h)}$$



Le coefficient a est un réel strictement positif dépendant de la concentration en principe actif dans le produit.

Par exemple, dans le cas où $a = 6$, la courbe représentative C de la fonction f est donnée ci-dessous.



1. Montrer que, quelle que soit la valeur de a , la fonction f ne s'annule qu'une seule fois sur $[0 ; 10]$.
2. Déterminer l'expression de la fonction dérivée f' .
Montrer que le signe de f' est indépendant de la valeur de a .
3. En déduire le tableau de variations de f sur $[0 ; 10]$.
4. Au bout de combien de temps la concentration maximale du médicament dans le sang est-elle atteinte ?
5. Le produit injecté fait l'objet d'une réglementation par la fédération sportive.
Un sportif est en infraction si, au moment du contrôle, la concentration du produit dans son sang est strictement supérieure à 2 mg/L.
 - a] Dans le cas où $a = 6$, le sportif prend-il le risque d'être en infraction ? Justifier.
 - b] Déterminer la valeur maximale de a , au dixième près, pour laquelle le sportif ne prend aucun risque.

Exercice 4

Une entreprise fabrique des pièces en acier, toutes identiques, pour l'industrie aéronautique. Ces pièces sont coulées dans des moules à la sortie du four. Elles sont stockées dans un entrepôt dont la température ambiante est maintenue à 25°C.

La température de ces pièces varie en fonction du temps. Elles peuvent être modélisées dès que leur température devient inférieure ou égale à 600°C et on peut les travailler tant que leur température reste supérieure ou égale à 500°C.



La température des pièces, en degrés Celsius, est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(t) = 1\,375e^{-0,075t} + 25 \quad \text{où } t \text{ correspond au temps, exprimé en heures, mesuré après la sortie du four.}$$

1. Calculer la température des pièces à la sortie du four.
2. Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
Ce résultat était-il prévisible dans le contexte de l'exercice ?
3. **a]** Les pièces peuvent-elles être modélisées trois quarts d'heure après leur sortie du four ?
b] Les pièces peuvent-elles être modélisées une journée après être sorties du four ?
4. Les pièces sortent du four à 14:30.
À l'aide de la calculatrice, estimer à partir de quelle heure, à la minute près, il sera possible de les modeler.
5. Que renvoient précisément les fonctions $a()$ et $b()$ du programme Python ci-dessous ?

```
from math import exp

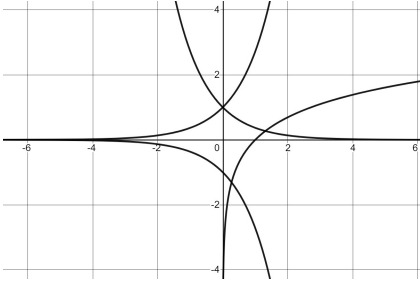
def f(t):
    return 1375*exp(-0.075*t)+25

def a():
    x = 0
    T = f(x)
    while T > 600:
        x = x + 0.1
        T = f(x)
    return x

def b():
    x = 0
    T = f(x)
    while T > 500:
        x = x + 0.1
        T = f(x)
    return x - a()
```

Corrigés

Exercice 1

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1. Quelle fonction n'est pas représentée ci-dessous ? 				$x \mapsto -\exp(-x)$
2. Quelle est l'ensemble des solutions de l'inéquation $e^{-x} > 1$?	$]-\infty ; 0[$			
3. On a $(e^x + e^{-y})(e^{-x} - e^y) = \dots$			$\frac{1}{e^{x+y}} - e^{x+y}$	
4. Soit (u_n) la suite définie par $u_n = \exp(n)$ pour tout entier n. On peut affirmer que ...	La suite (u_n) est géométrique			
5. Soit (C) la courbe représentant la fonction exponentielle. Quelle est la pente de la tangente à (C) au point d'ordonnée $\exp(1)$?			e	

Exercice 2

1. $f(x) = (5 - 2x)e^x$.

• On a $f(0) = 5$ donc **A(0 ; 5)**.

• Cherchons x tel que :

$$f(x) = 0$$

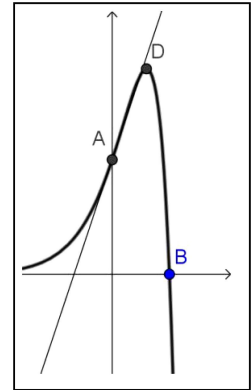
$$(5 - 2x)e^x = 0$$

Comme la fonction exponentielle ne s'annule jamais alors :

$$5 - 2x = 0$$

$$x = \frac{5}{2}$$

D'où **B(2,5 ; 0)**.



2. La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que produit de fonctions dérivables.

Pour tout réel x , on a :

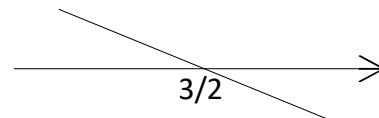
$$f'(x) = -2e^x + (5 - 2x)e^x$$

$$f'(x) = (5 - 2 - 2x)e^x$$

$$f'(x) = (3 - 2x)e^x$$

3. La fonction exponentielle est strictement positive sur $\mathbb{R}$.

Par conséquent, le signe de f' est celui de $(3 - 2x)$.



D'où le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$	$3/2$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	↗		↘

4. On déduit de la question précédente que f atteint son maximum en $\frac{3}{2}$.

Ce maximum vaut $f\left(\frac{3}{2}\right) = 2e^{\frac{3}{2}}$ et le point D a pour coordonnées **D(1,5 ; $2e^{1,5}$)**.

5. a] On a $f'(0) = 3$.

L'équation de la droite (T) tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0 est :

$$(T) : y = f'(0)(x - 0) + f(0)$$

$$y = 3x + 5$$

b] On a $3 \times 1,5 + 5 = 9,5$ or $2e^{1,5} \approx 8,96$.

Comme $3 \times 1,5 + 5 \neq 2e^{1,5}$, alors le point **D(1,5 ; $2e^{1,5}$)** n'appartient pas à (T) .

Exercice 3

1. On a
- $f(0) = 0$
- .

Comme $a > 0$ par définition, que $x > 0$ sur $]0 ; 10]$ et que $e^x > 0$ sur $]0 ; 10]$ alors $\frac{ax}{e^x} > 0$ sur $]0 ; 10]$.

On en déduit que f ne s'annule pas sur $]0 ; 10]$.

Par conséquent, **f ne s'annule qu'en 0 sur $[0 ; 10]$.**

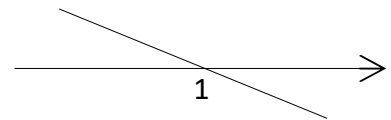
2. Pour tout
- $x \in [0 ; 10]$
- , la fonction dérivée de
- f
- a pour expression :

$$f'(x) = \frac{ae^x - axe^x}{(e^x)^2}$$

Donc $f'(x) = a \frac{1-x}{e^x}$

On sait que $a > 0$ et que la fonction exponentielle est strictement positive sur $\mathbb{R}$.

Par conséquent, **le signe de f' est celui de $(1-x)$** , indépendamment de la valeur de a .



- 3.

x	0	1	10
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

4. Le tableau de variation de
- f
- montre que
- f
- atteint son maximum en 1 sur
- $[0 ; 10]$
- .

La concentration maximale du médicament dans le sang est donc atteinte **au bout d'1h**.

5. a] Dans le cas où
- $a = 6$
- , la concentration maximale est
- $f(1) = \frac{6}{e}$
- soit environ 2,2 mg/L.

Cette valeur dépasse le maximum autorisé donc **le sportif sera en infraction**.

- b] Pour éviter l'infraction, la concentration maximale du produit dans le sang doit être inférieure à 2 mg/L.
-
- On cherche donc
- a
- tel que :

$$f(1) \leq 2$$

$$\frac{a}{e} \leq 2$$

$$a \leq 2e$$

Le sportif ne prend aucun risque si la valeur de **a est inférieure ou égale à 5,4**.

Exercice 4

1. La température des pièces à la sortie du four vaut $f(0) = 1400^{\circ}\text{C}$.

2. On a $f'(t) = -0,075 \times 1\,375 e^{-0,075 t}$
 $= -103,125 e^{-0,075 t}$
 Comme exponentielle est strictement positive sur $\mathbb{R}$ alors $f'(t) < 0$ et donc **f est décroissante sur $[0 ; +\infty[$.**
 Il est cohérent que la température d'un objet diminue lorsqu'il est sorti d'un four.

3. a] Trois quarts d'heure après la sortie du four, la température vaut $f(0,75) \approx 1325^{\circ}\text{C}$.
La pièce n'est pas encore modelable.

 b] Une journée après la sortie du four, la température vaut $f(24) \approx 252^{\circ}\text{C}$.
La pièce n'est plus modelable.

4. À l'aide de la calculatrice, on trouve qu'il faut attendre environ 11,62 h soit un peu plus de 11 h 37 min.
 On pourra donc commencer à modeler les pièces **à partir de 01:08**.

5. La fonction $a()$ renvoie la durée d'attente nécessaire avant de pouvoir commencer à modeler les pièces.
 La fonction $b()$ renvoie la durée pendant laquelle il est possible de modeler les pièces.
 Ces deux durées sont exprimées en heures, avec une précision au dixième.