09 Variables aléatoires

09-01 Séries statistiques

Définitions et notations

On étudie une **série statistique** dont le **caractère** prend p **valeurs** différentes.

Valeurs	x_1	...	x_p
Effectifs	n_1	...	n_p
Fréquences	f_1	...	f_p

On note N l'effectif total de la série statistique.

La **moyenne** $\bar{x}$ de la série vaut $\bar{x} = \dfrac{1}{N} \Sigma\, n_i\, x_i$ ou encore $\bar{x} = \Sigma\, f_i\, x_i$

La **variance** V de la série statistique est la moyenne des carrés des écarts à la moyenne.
L'**écart-type σ** de la série statistique est la racine carrée de la variance.

Exemple

On considère la série :

10	13	12	10	14	11	13	13	12	12
11	14	11	12	13	12	11	13	14	13

Valeurs	10	11	12	13	14
Effectifs	2	4	5	6	3
Fréquences	0,1	0,2	0,25	0,3	0,15

La moyenne vaut : $\bar{x} = (10\times2 + 11\times4 + 12\times5 + 13\times6 + 14\times3)/20 = 12{,}2$
Ou encore : $\bar{x} = 10\times0{,}1 + 11\times0{,}2 + 12\times0{,}25 + 13\times0{,}3 + 14\times0{,}15 = 12{,}2$
La variance vaut : $V = 2{,}2^2\times0{,}1 + 1{,}2^2\times0{,}2 + 0{,}2^2\times0{,}25 + 0{,}8^2\times0{,}3 + 1{,}8^2\times0{,}15 = 1{,}46$
On a alors : $\sigma = \sqrt{1{,}46} \approx 1{,}2$

Remarques

- L'écart-type est un **indicateur de dispersion** qui prend un sens lorsqu'il est comparé à un autre écart-type.
  Plus l'écart-type d'une série est grand, plus cette série est hétérogène.

- La lettre grecque sigma majuscule Σ est utilisée pour la somme.
  La lettre grecque sigma minuscule σ est utilisée pour la « standard deviation ».

Propriété

La variance est la moyenne des carrés moins le carré de la moyenne : $V = \Sigma\, f_i\, x_i^2 - \bar{x}^2$

Exemple

Application à l'exemple précédent : $V = 10^2\times0{,}1 + 11^2\times0{,}2 + 10^2\times0{,}25 + 13^2\times0{,}3 + 14^2\times0{,}15 - 12{,}2^2 = 1{,}46$

09 Variables aléatoires

09-01 Séries statistiques

Définitions et notations

On étudie une **série statistique** dont le **caractère** prend p **valeurs** différentes.

Valeurs	x_1	...	x_p
Effectifs	n_1	...	n_p
Fréquences	f_1	...	f_p

On note N l'effectif total de la série statistique.

La **moyenne** $\bar{x}$ de la série vaut $\bar{x} = \dfrac{1}{N} \Sigma\, n_i\, x_i$ ou encore $\bar{x} = \Sigma\, f_i\, x_i$

La **variance** V de la série statistique est la moyenne des carrés des écarts à la moyenne.
L'**écart-type σ** de la série statistique est la racine carrée de la variance.

Exemple

On considère la série :

10	13	12	10	14	11	13	13	12	12
11	14	11	12	13	12	11	13	14	13

Valeurs					
Effectifs					
Fréquences					

La moyenne vaut : $\bar{x}$ = (....)/20 = ...
Ou encore : $\bar{x}$ = ... = ...
La variance vaut : V = ... = ...
On a alors : σ = ... ≈ ....

Remarques

- L'écart-type est un indicateur de .... qui prend un sens lorsqu'il est comparé à un autre écart-type.
  Plus l'écart-type d'une série est grand, plus cette série est ....
- La lettre grecque sigma majuscule .... est utilisée pour la somme.
  La lettre grecque sigma minuscule .... est utilisée pour la « standard deviation ».

Propriété

La variance est la moyenne des carrés moins le carré de la moyenne : $V = \Sigma\, f_i\, x_i^2 - \bar{x}^2$

Exemple

Application à l'exemple précédent : V = ... = ...