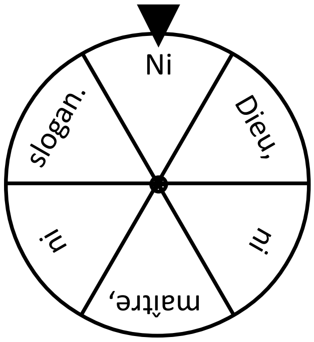
Énoncés

Exercice 1

Dresser la loi de probabilité de la variable aléatoire définie dans chacune des situations suivantes.

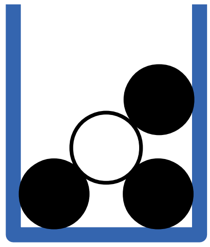
a] On a écrit sur la roue ci-contre la devise du dessinateur Igwal (1950-2000).

On fait tourner la roue et l'on note X la variable aléatoire égale au nombre de lettres du mot sur lequel s'arrête le curseur.



b] Une urne contient trois boules noires et une boule blanche.

On tire une boule au hasard et l'on note Y le nombre de boules noires restant dans l'urne.

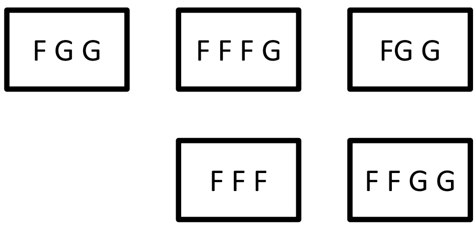


c] On paie 1 € pour lancer un dé à 10 faces équilibré numéroté de 1 à 10.
On reçoit 1 € si le résultat est un nombre premier.
On reçoit 4 € si le résultat est un multiple de 4.
Dans tous les autres cas, on ne reçoit rien.

On nomme G la variable aléatoire du gain algébrique obtenu.
Rappel : le plus petit nombre premier est 2.

d] On rassemble 17 enfants, issus de 5 familles différentes.
Chaque rectangle représente une fratrie.
Chaque lettre F représente une fille.
Chaque lettre G représente un garçon.

On choisit une personne au hasard et l'on note S le nombre de sœurs de cette personne.



Exercice 2

Dresser la loi de probabilité de la variable X dans chacune des situations suivantes.

a] On lance un dé à 6 faces numéroté de 1 à 6 et l'on note X le résultat.
Le dé est truqué de telle sorte que :

- les probabilités d'apparition du 1, 2, 3 et 4 sont les mêmes.
- la probabilité d'apparition du 5 est le double de celle du 1.
- la probabilité d'apparition du 6 est le double de celle du 5.

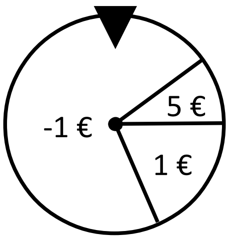
b] On lance en l'air un jeton dont les faces sont numérotées 0 et 1.
On note Y la face visible du jeton lorsque celui-ci est retombé.
Le jeton est mal équilibré et l'on a :

- $P(Y = 0) = 10x^2$
- $P(Y = 1) = 4 - 17x$

avec x un nombre réel fixe.

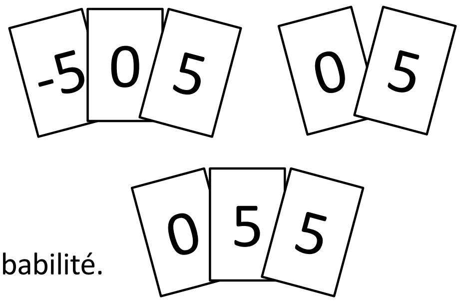
c] On fait tourner la roue de fête foraine ci-contre.
On note G le gain algébrique indiqué par le curseur quand la roue s'arrête.
On sait que :

- $P(G = 5) = 0,1$
- $4 \times P(G = 1) = P(G = -1)$



Exercice 3

Une *main* est l'ensemble des cartes détenues par un joueur.
On considère les trois *mains* ci-contre.



Une expérience aléatoire consiste à choisir au hasard l'une des cartes.

Définir chacune des variables aléatoires suivantes et compléter sa loi de probabilité.

a]

x_i	-5	0	5
$P(X = x_i)$	0,125	0,375	

b]

y_i	0	5	10
$P(Y = y_i)$	0,375		

c]

z_i	2	3
$P(Z = z_i)$		

Corrigés

Exercice 1

a]

x_i	2	4	6
$P(X = x_i)$	1/2	1/6	1/3

b]

y_i	2	3
$P(Y = y_i)$	0,75	0,25

c]

g_i	-1	0	3
$P(X = g_i)$	0,5	0,3	0,2

d]

s_i	0	1	2	3
$P(X = s_i)$	2/17	6/17	8/17	1/17

Exercice 2

a] Soit p la probabilité d'apparition du 1. La loi de probabilité de X est :

x_i	1	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	p	p	p	p	$2p$	$4p$

Comme la somme des probabilités vaut 1 alors $10p = 1$ d'où $p = 0{,}1$.
La loi de probabilité de X est donc :

x_i	1	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,4

b] Comme la somme des probabilités vaut 1 alors : $10x^2 + 4 - 17x = 1$
$10x^2 - 17x + 3 = 0$

Le discriminant de cette équation vaut : $\Delta = (-17)^2 - 4\times10\times3$
$\Delta = 169$

L'équation a deux solutions qui sont : $x_1 = \dfrac{17-13}{20}$ et $x_2 = \dfrac{17+13}{20}$

$x_1 = 0{,}2$ et $x_2 = 1{,}5$

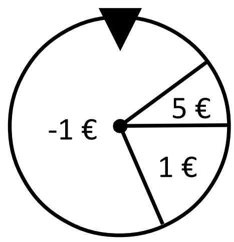
Comme une probabilité est comprise entre 0 et 1 alors $x = 0{,}2$.

La loi de probabilité de *Y* est donc :

x_i	0	1
$P(X = x_i)$	0,4	0,6

c] On pose $x = \mathrm{P}(G = -1)$ et $y = \mathrm{P}(G = 1)$.

On a alors le système suivant : $\begin{cases} 4y = x \\ x + y + 0{,}1 = 1 \end{cases}$



D'où : $4y + y + 0{,}1 = 1$

$5y = 0{,}9$

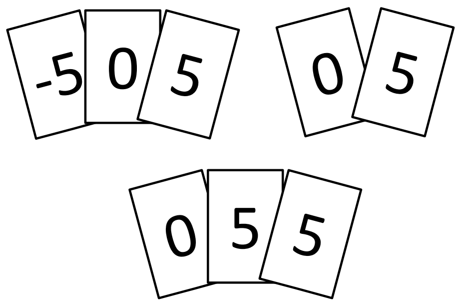
$y = 0{,}18$

On en déduit $x = 0{,}72$.

La loi de probabilité de *G* est :

g_i	-1	1	5
$P(G = g_i)$	0,72	0,18	0,1

Exercice 3



a]

x_i	-5	0	5
$P(X = x_i)$	0,125	0,375	0,5

X est la valeur de la carte choisie.

b]

y_i	0	5	10
$P(Y = y_i)$	0,375	0,25	0,375

Y est la somme des valeurs des cartes constituant la main de la carte choisie.

c]

z_i	2	3
$P(Z = z_i)$	0,25	0,75

Z est le nombre de cartes constituant la main de la carte choisie.