

## Énoncés

### Exercice 1

Un créateur de jeu de casino souhaite que le joueur ait un gain algébrique  $G$  d'espérance  $(-2)$  €, suivant la loi de probabilité suivante :

$g_i$	- 20 €	$x$ €	60 €
$P(G = x_i)$	0,6	$p$	0,05

1. **a]** Déterminer les valeurs de  $p$  et  $x$ .  
**b]** Calculer l'écart-type de  $G$ .
  
2. Le casino souhaite doubler la moyenne des gains en divisant par deux leur dispersion. Est-ce possible ? Justifier.

### Exercice 2

L'espérance et l'écart-type d'une variable aléatoire  $X$  sont  $E(X) = 10$  et  $\sigma(X) = 4$ .

La loi de probabilité de  $X$  est la suivante :

$x_i$	-10	30	40
$P(X = x_i)$	$p_1$	$p_2$	$p_3$

avec  $p_1, p_2$  et  $p_3$  trois réels.

Déterminer l'espérance et l'écart-type des variables aléatoires suivantes.

**a]**

$a_i$	-15	25	35
$P(A = a_i)$	$p_1$	$p_2$	$p_3$

**b]**

$b_i$	25	-75	-100
$P(B = b_i)$	$p_1$	$p_2$	$p_3$

**c]**

$c_i$	-4	16	21
$P(C = c_i)$	$p_1$	$p_2$	$p_3$

## Corrigés

## Exercice 1

1. a] On sait que  $0,6 + p + 0,05 = 1$ . On en déduit  $p = 0,35$ .

L'espérance de  $G$  vaut :  $E(G) = -20 \times 0,6 + 0,35x + 60 \times 0,05$

On a donc  $-2 = -12 + 0,35x + 3$

d'où  $x = 20$

La loi de probabilité de  $G$  est donc :

$x_i$	- 20 €	20 €	60 €
$P(G = x_i)$	0,6	0,35	0,05

- b] La variance de  $G$  vaut :

$$V(G) = (-20)^2 \times 0,6 + 20^2 \times 0,35 + 60^2 \times 0,05 - (-2)^2 = 556$$

L'écart-type de  $G$  vaut donc  $\sigma(G) = \sqrt{556} \approx 23,58$

2. Le casino souhaite créer un gain  $G'$  tel que  $\begin{cases} E(G') = -4 \\ \sigma(G') = 0,5 \sigma(G) \end{cases}$ .

Posons la variable aléatoire  $X$  telle que  $X = 0,5 G$ .

D'après les propriétés de la transformation affine des variables aléatoires, on a :

- $E(X) = 0,5 E(G) = -1$
- $\sigma(X) = 0,5 \sigma(G)$

Posons la variable aléatoire  $Y$  telle que  $Y = 0,5 G - 3$ . On a alors :

- $E(Y) = 0,5 E(G) - 3 = -4$
- $\sigma(Y) = 0,5 \sigma(G)$

Le casino atteint donc son objectif avec le gain  $G'$  dont la loi de probabilité est :

$x_i$	- 13 €	7 €	27 €
$P(G' = x_i)$	0,6	0,35	0,05

## Exercice 2

- a] On a  $A = X - 5$ . D'après les propriétés de la transformation affine des variables aléatoires, on a :  
 $E(A) = 5$  et  $\sigma(A) = 4$ .

- b] On a  $B = -2,5X$ .  
D'où :  $E(A) = -25$  et  $\sigma(A) = 10$ .

- c] On a  $C = 0,5X + 1$ .  
D'où :  $E(A) = 6$  et  $\sigma(A) = 2$ .