02-07 Opérations sur les vecteurs dans un repère

Propriétés

Dans le plan muni du repère orthonormé $(O\,;\ \vec{i}\,,\vec{j}\,)$.

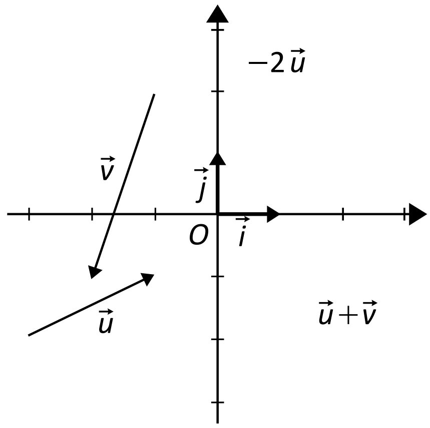
- Soient les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$. On a $\vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$.
- Soient le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et un nombre réel k. On a $k\vec{u}\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$.

Exemple

Dans le plan ci-contre, on a :

$\vec{u}\begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$ $\qquad$ $\vec{v}\begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$

$-2\vec{u}\begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$ $\qquad$ $\vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$



Propriété

Dans la base orthonormée $(\vec{i}\,,\vec{j}\,)$, soient les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $xy' = yx'$.

Exemple

On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 6 \\ -5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -1{,}2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Comme $6 \times 1 =$ …… et …………. = …… alors $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont ……………………….. On a $\vec{u} =$ ………….

Remarques

- Deux vecteurs sont ……………………… si et seulement si ……………………………….. tel que $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$.
  Leurs coordonnées sont ……………………… . D'où l'utilisation de la technique du « ……………………………….. ».
- On appelle **déterminant** de deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ le nombre $xy' - yx'$.
  Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur ……………………… est ………….