

04-05 Déterminant d'un système

Définition

Le **déterminant** du système $\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$ est le nombre égal à $ab' - a'b$.

Exemple

Le déterminant du système $\begin{cases} 3x + 4y + 2 = 0 \\ -5x + 2y - 3 = 0 \end{cases}$ vaut =

Propriété

Un système admet une solution unique si et seulement si son déterminant est différent de 0.

Remarque

Un système est constitué de deux de droites.

- Si le déterminant est non nul alors les droites sont et
- Si le déterminant est nul alors les droites ont et l'on dit que le système est **dégénéré** : il a soit 0 solution (droites) soit une infinité de solutions (droites).

Exemples

- Le déterminant du système $\begin{matrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \end{matrix} \begin{cases} 6x - 2y + 1 = 0 \\ 15x - 5y - 3 = 0 \end{cases}$ vaut

Il est équivalent au système $\begin{matrix} 5 \times \textcircled{1} \\ 2 \times \textcircled{2} \end{matrix} \left\{ \right.$

Le système est formé de deux équations On a alors $S = \dots$

- Le déterminant du système $\begin{matrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \end{matrix} \begin{cases} 6x - 2y + 14 = 0 \\ 15x - 5y + 35 = 0 \end{cases}$ vaut aussi

Il est équivalent au système $\begin{matrix} 5 \times \textcircled{1} \\ 2 \times \textcircled{2} \end{matrix} \left\{ \right.$

Le système est formé de deux équations à l'équation

On a alors $S = \dots$