

**09-05 Activité**

On souhaite estimer la proportion de pierres vertes dans un sac contenant des pierres vertes, blanches et bleues indiscernables au toucher.

- Effectuer 10 fois l'expérience aléatoire suivante : piocher une pierre et noter si sa couleur est verte. Pour que les expériences soient indépendantes, il faut remettre la pierre dans le sac.

|          |       |           |
|----------|-------|-----------|
| Pierre   | Verte | Non verte |
| Effectif |       |           |

Proportion de pierres vertes dans l'échantillon :

- Répéter la question 1. dix fois en tout.

|                  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| Proportion verte |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

- On peut considérer les dix échantillons de taille 10 comme un unique échantillon de taille 100.

Proportion de pierres vertes dans l'échantillon de taille 100 arrondie à 0,01 :

- Le professeur parie que cette proportion donne la vraie proportion de pierres vertes à  $\pm 0,1$  près.

|           |     |     |
|-----------|-----|-----|
| Pari tenu | Oui | Non |
|-----------|-----|-----|

Ceux qui entourent « Oui » :

- Si vous gagnez, vous n'aurez plus d'exercices jusqu'à la fin de l'année.
- Si vous perdez, vous aurez un DM supplémentaire.

Ceux qui entourent « Non » : vous ne jouez pas.

- Compter les pierres.

Pierres vertes :                      Pierres non vertes :

Proportion de pierres vertes dans le sac :

Écart avec la proportion de l'échantillon de taille 100 :

**09-05 Échantillonnage****Définitions**

Soit une expérience aléatoire dont l'univers est constituée de deux issues : « succès » et « échec ».  
Un **échantillonnage** consiste à répéter cette expérience de façon indépendante un nombre  $n$  de fois.  
On obtient alors un **échantillon aléatoire de taille  $n$** .

La fréquence de succès dans plusieurs échantillons différents de taille  $n$  n'est pas forcément la même.  
On dit que cette fréquence **fluctue** et l'on parle de **fluctuation d'échantillonnage**.

**Exemple**

On considère une boîte contenant des pierres de go blanches et noires.

Une ..... consiste à piocher une pierre au hasard dans la boîte, noter si elle est blanche puis la remettre dans la boîte.



On répète cette expérience 10 fois. On obtient alors un ..... aléatoire ..... 10.

En répétant cet ..... 5 fois, on obtient les ..... 0,5 ; 0,3 ; 0,4 ; 0,5 et 0,4.

La fréquence de succès ..... autour de 0,4.

**Propriété**      *Loi des grands nombres*

Soit une expérience aléatoire dont l'univers est constituée de deux issues : « succès » et « échec ».  
Soit  $p$  la probabilité de succès. Soit  $f$  la fréquence de succès d'un échantillon de taille  $n$ .

Lorsque la taille  $n$  de l'échantillon grandit, la fréquence  $f$  tend à s'approcher de la probabilité  $p$ .

**Remarque**

Cette propriété est utilisée pour réaliser des ..... dans la population.  
Dans un tel ..... , les personnes interrogées étant différentes, on n'a pas exactement une répétition de la même expérience. Cependant, compte tenu de la taille de la population, on néglige cet aspect.

**Propriété et définition**

Soit un échantillon de taille  $n$  au moins égale à 25. Soit  $f$  la fréquence de succès et  $p$  sa probabilité.

Il y a environ 95 % de chances que  $f$  appartienne à l'intervalle  $\left[ p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$ .

Cet intervalle est l'**intervalle de fluctuation au seuil de 95%**.