

Énoncés

Exercice 6

Compléter les égalités suivantes :

a] $(3x + \dots)^2 = \dots + \dots + 49$

c] $(6x + \dots)(\dots - \dots) = \dots - 64$

e] $(\dots - \dots)^2 = 16x^2 - 72x + \dots$

b] $(5x - \dots)^2 = \dots - 60x + \dots$

d] $(\dots + \dots)^2 = \dots + 70x + 25$

f] $(\dots + 9)(\dots - \dots) = \dots - 9x^2$

Exercice 7

1. Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes **sans étape de calcul** :

$H = (x + 5)^2$

$J = (x - 5)^2$

$L = (y + 3)(y - 3)$

$I = (4x + 6)^2$

$K = (3x - 7)^2$

$M = (2x + 5)(2x - 5)$

2. Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

$N = \left(3x - \frac{2}{3}\right)^2$

$P = \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{3}x\right)\left(\frac{1}{3}x - \frac{5}{2}\right)$

$Q = (x + 2)^2 - 6(3x - 5)^2$

3. Factoriser les expressions suivantes :

$R = 25x^2 - 36$

$S = (3 - 2x)^2 - 4$

$T = (x - 4)^2 - (2x - 1)^2$

Exercice 8

1. Écrire comment effectuer mentalement les calculs suivants à l'aide des identités remarquables.

a] 103^2

b] 98^2

c] 401×399

2. Calculer la valeur de 100001^2 puis vérifier le résultat à l'aide de la calculatrice. Que remarque-t-on ?

3. a] Développer et réduire $A = (x + 1)^2 - (x - 1)^2$

b] En déduire le résultat de $10001^2 - 9999^2$

4. Chercher un moyen permettant de calculer $9997^2 - 9999 \times 9998$ sans avoir à poser d'opération.

Exercice 9

1. Factoriser $4x^2 - 12x + 9$

2. Factoriser $(2x - 3)^2 - 4$

3. En déduire une factorisation de $4x^2 - 12x + 5$

Corrigés

Exercice 6

a] $(3x + 7)^2 = 9x^2 + 42x + 49$

c] $(6x + 8)(6x - 8) = 36x^2 - 64$

e] $(4x - 9)^2 = 16x^2 - 72x + 81$

b] $(5x - 6)^2 = 25x^2 - 60x + 36$

d] $(7x + 5)^2 = 49x^2 + 70x + 25$

f] $(3x + 9)(9 - 3x) = 81 - 9x^2$

Exercice 7

1. $H = (x + 5)^2$
 $H = x^2 + 10x + 25$

$J = (x - 5)^2$
 $J = x^2 - 10x + 25$

$L = (y + 3)(y - 3)$
 $L = y^2 - 9$

$I = (4x + 6)^2$
 $I = 16x^2 + 48x + 36$

$K = (3x - 7)^2$
 $K = 9x^2 - 42x + 49$

$M = (2x + 5)(2x - 5)$
 $M = 4x^2 - 25$

2. $N = \left(3x - \frac{2}{3}\right)^2$
 $N = 9x^2 - 4x + \frac{4}{9}$

$P = \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{3}x\right)\left(\frac{1}{3}x - \frac{5}{2}\right)$
 $P = \frac{x^2}{9} - \frac{25}{4}$

$Q = (x + 2)^2 - 6(3x - 5)^2$
 $Q = x^2 + 4x + 4 - 6(9x^2 - 30x + 25)$
 $Q = x^2 + 4x + 4 - 54x^2 + 180x - 150$
 $Q = -53x^2 + 184x - 146$

3. $R = 25x^2 - 36$
 $R = (5x)^2 - 6^2$
 $R = (5x - 6)(5x + 6)$

$S = (3 - 2x)^2 - 4$
 $S = (3 - 2x - 2)(3 - 2x + 2)$
 $S = (1 - 2x)(5 - 2x)$

$T = (x - 4)^2 - (2x - 1)^2$
 $T = (x - 4 - 2x + 1)(x - 4 + 2x - 1)$
 $T = (-x - 3)(3x - 5)$

Exercice 8

1. a] $103^2 = (100 + 3)^2$
 $103^2 = 10000 + 600 + 9$
 $103^2 = 10609$

b] $98^2 = (100 - 2)^2$
 $98^2 = 10000 - 400 + 4$
 $98^2 = 9604$

c] $401 \times 399 = (400 + 1)(400 - 1)$
 $401 \times 399 = 160\,000 - 1$
 $401 \times 399 = 159\,999$

2. On a $100\,001^2 = (10^5 + 1)^2$
 $100\,001^2 = 10^{10} + 2 \times 10^5 + 1$
 $100\,001^2 = 10\,000\,200\,001$

Quand on tape ce calcul, la calculatrice donne **10 000 200 000**, un résultat faux dû aux arrondis.

3. a] $A = (x + 1)^2 - (x - 1)^2$
 $A = (x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 2x + 1)$
 $A = x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1$
 $A = 4x$

b] Pour calculer $10001^2 - 9999^2$ on pose $x = 10\,000$.
On a alors $10001^2 - 9999^2 = (x + 1)^2 - (x - 1)^2$ donc $10001^2 - 9999^2 = 4x$
Par conséquent $10001^2 - 9999^2 = 40\,000$

4. En attendant de remplacer x par 10000, cherchons à simplifier l'écriture de :

$$\begin{aligned}(x-3)^2 - (x-1)(x-2) &= x^2 - 6x + 9 - (x^2 - 2x - x + 2) \\ &= x^2 - 6x + 9 - x^2 + 2x + x - 2 \\ &= -3x + 7\end{aligned}$$

Pour calculer $9997^2 - 9999 \times 9998$ il suffit alors de remplacer x par 10 000 dans $(-3x + 7)$.

On a donc $9997^2 - 9999 \times 9998 = -3 \times 10000 + 7$

d'où $9997^2 - 9999 \times 9998 = -29993$.

Exercice 9

1. On a : $4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$
2. On a : $(2x - 3)^2 - 4 = (2x - 3 - 2)(2x - 3 + 2)$
 $= (2x - 5)(2x - 1)$
3. On a $4x^2 - 12x + 5 = 4x^2 - 12x + 9 - 4$
 $= (2x - 3)^2 - 4$
 $= (2x - 5)(2x - 1)$