Énoncés

Exercice 16

1. Déterminer tous les nombres dont le double est égal au triple du carré.

2. Soient deux nombres positifs.
On sait que la somme des carrés de ces deux nombres est égale à 34 et que leur produit vaut 15.
Calculer la somme de ces deux nombres.

Exercice 17 *L'âge de Diophante*

Diophante d'Alexandrie a vécu en Grèce en (-300) et est souvent considéré comme le père de l'algèbre.
Un poème grec daté de (+500) lui rendant hommage a été ainsi traduit par Émile Fourrey, en 1899 :

Passant, sous ce tombeau repose Diophante.
Ces quelques vers tracés par une main savante
Vont te faire connaître à quel âge il est mort.
Des jours assez nombreux que lui compta le sort,
Le sixième marqua le temps de son enfance ;
Le douzième fut pris par son adolescence.
Des sept parts de sa vie, une encore s'écoula,
Puis s'étant marié, sa femme lui donna
Cinq ans après un fils, qui, du destin sévère,
Reçut de jours hélas ! deux fois moins que son père.
De quatre ans, dans les pleurs, celui-ci survécut.
Dis, si tu sais compter, à quel âge il mourut.

Déterminer l'âge auquel, selon cette épitaphe malicieuse, Diophante serait décédé.

Exercice 18

Pierre et Paul possèdent tous les deux une piscine de la forme d'un parallélépipède rectangle ayant une profondeur de 2 m. Pour chaque piscine, la longueur vaut le double de la largeur.
Ces deux piscines ne sont pas identiques : en effet, celle de Paul est plus large de 1 m. D'ailleurs, elle est plus longue à remplir que celle de Pierre puisqu'il faut un jour supplémentaire, avec un débit d'eau de 25 L/min.

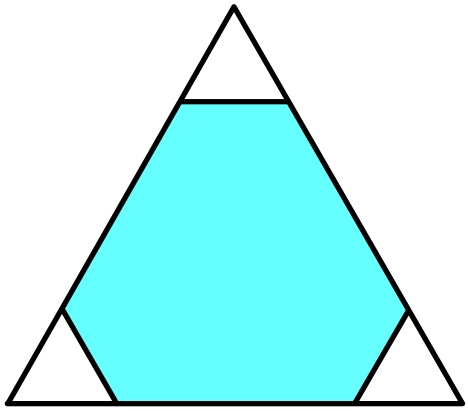
Quelles sont les dimensions de la piscine de Pierre ?

Exercice 19

Trois triangles équilatéraux identiques sont découpés aux sommets d'un triangle équilatéral de 12 cm de côté.

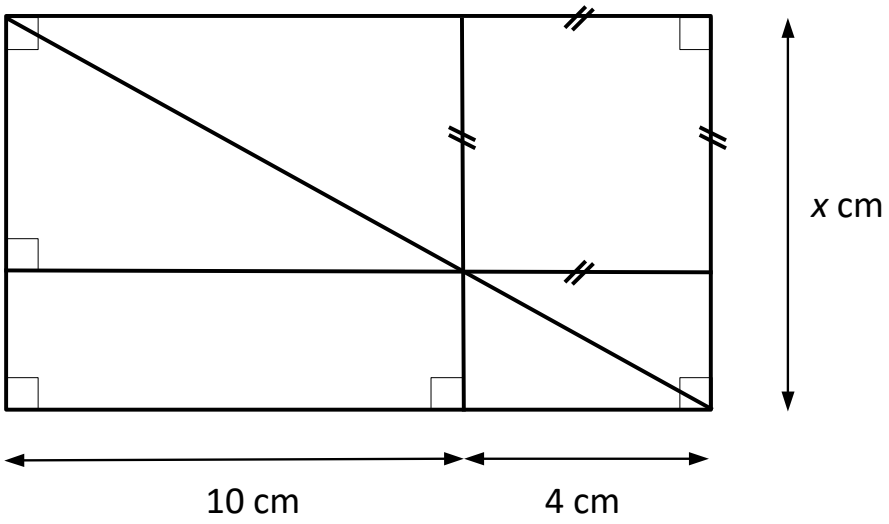
La somme des périmètres des trois petits triangles est égale au périmètre de l'hexagone bleu restant.

Quelle est la longueur du côté des petits triangles ?



Exercice 20

Quelle doit être la valeur de x pour que la figure ci-dessous soit réalisable ?



Corrigés

Exercice 16

1. Soit x un nombre dont le double est égal au triple du carré.

Cherchons x tel que $2x = 3x^2$

$2x - 3x^2 = 0$

$x(2 - 3x) = 0$

On a donc $x = 0$ ou $2 - 3x = 0$

$2 = 3x$

$x = \frac{2}{3}$

Les nombres dont le double est égal au triple du carré sont **0** et $\mathbf{\frac{2}{3}}$.

2. Soient x et y deux nombres positifs tels que $x^2 + y^2 = 34$ et $xy = 15$.

On a donc : $x^2 + 2xy + y^2 = 34 + 30$ *On reconnaît une identité remarquable*

D'où : $(x + y)^2 = 64$

$(x + y)^2 - 64 = 0$ *On reconnaît une autre identité remarquable*

$(x + y - 8)(x + y + 8) = 0$ *On reconnaît une équation-produit*

On a donc : $x + y - 8 = 0$ ou $x + y + 8 = 0$

Donc $x + y = 8$ ou $x + y = -8$

Comme x et y sont tous les deux positifs alors $x + y$ est positif d'où $\boldsymbol{x + y = 8}$.

Exercice 17

Soit x l'âge auquel Diophante est mort. Traduisonsalors en langage algébrique les durées du poème.

Enfance : $\frac{x}{6}$ Adolescence : $\frac{x}{12}$ Jeune adulte : $\frac{x}{7}$

Vie en couple : 5 Père : $\frac{x}{2}$ Fin de vie : 4

On résoud alors l'équation : $x = \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4$

$84x = 14x + 7x + 12x + 420 + 42x + 336$

$84x = 75x + 756$

$9x = 756$

$x = \frac{756}{9}$

$x = 84$ Diophante est mort à l'âge de **84 ans**.

Exercice 18

Soit x la largeur de la piscine de Pierre. Le volume de sa piscine est : $x \times 2x \times 2 = 4x^2$
La piscine de Paul a pour largeur $(x + 1)$ et pour volume : $(x + 1) \times 2(x + 1) \times 2 = 4(x + 1)^2$

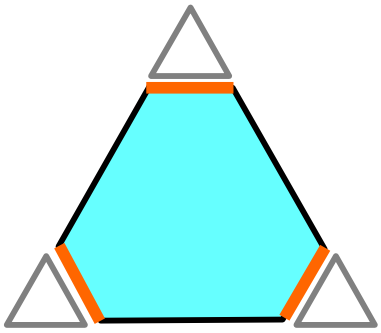
En une journée, un débit de 25 L/min correspond à : $25 \times 60 \times 24 = 36\,000$ L
$= 36\,000$ dm^3
$= 36$ m^3

On a alors : $4(x + 1)^2 = 4x^2 + 36$
$4(x^2 + 2x + 1) = 4x^2 + 36$
$4x^2 + 8x + 4 = 4x^2 + 36$
$8x + 4 = 36$
$8x = 32$
$x = 4$

Les dimensions de la piscine de Pierre sont **4 m ; 8 m et 2 m**.

Exercice 19

Soit x la longueur du côté d'un petit triangle.



La somme des périmètres des trois petits triangles gris vaut : $3 \times 3 \times x = 9x$

Chacun des 3 côtés noirs de l'hexagone bleu mesure $(12 - 2x)$.
Son périmètre vaut donc $3(12 - 2x) + 3x$.

On a donc : $9x = 3(12 - 2x) + 3x$
$9x = 36 - 6x + 3x$
$9x = 36 - 3x$
$12x = 36$
$x = 3$

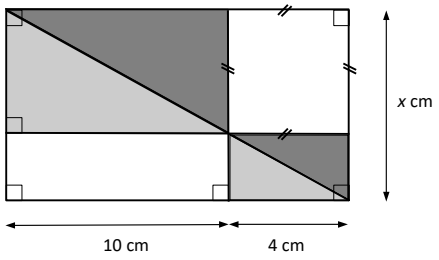
Chaque petit triangle a un côté de longueur **3 cm**.

Exercice 20

La figure est constituée de 4 rectangles. L'un de ces rectangles est un carré de 4 cm de côté.

Comme la diagonale d'un rectangle partage ce rectangle en deux surfaces de même aire alors la surface gris clair ci-contre a la même aire que la surface gris foncé.

On en déduit que le rectangle blanc a la même aire que le carré.



D'où : $10(x - 4) = 16$
$10x - 40 = 16$
$10x = 56$ D'où ***x* = 5,6 cm**