

Énoncés

Exercice 13

1. Trouver à l'aide de la calculatrice l'écriture décimale de $\sin(30^\circ)$.
En déduire la valeur exacte de $\cos(30^\circ)$.
2. Déterminer la valeur exacte de $\tan(30^\circ)$.
3. Déterminer la valeur exacte de l'aire du triangle ABC rectangle en B tel que $AB = 8$ cm et $\widehat{BAC} = 30^\circ$.

Exercice 14

Soit un angle aigu $\hat{W}$ tel que $\cos(\hat{W}) = \frac{2}{7}$.

1. Déterminer les valeurs exactes de :
 - a] $\sin(\hat{W})$
 - b] $\tan(\hat{W})$
2. Construire $\hat{W}$ sans le calculer.

Exercice 15

Soit x un angle aigu.

1. Exprimer $(\cos x)^2 - (\sin x)^2$ en fonction de $(\cos x)^2$.
2. Exprimer $(\cos x)^2$ en fonction de $(\tan x)^2$.

Corrigés

Exercice 13

1. On a $\sin(30^\circ) = 0,5$.

Comme $(\cos(30^\circ))^2 + (\sin(30^\circ))^2 = 1$ alors on a $(\cos(30^\circ))^2 = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$$(\cos(30^\circ))^2 = \frac{3}{4} \quad \text{d'où} \quad \cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

2. On a :

$$\tan(30^\circ) = \frac{\sin(30^\circ)}{\cos(30^\circ)}$$

$$\tan(30^\circ) = \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan(30^\circ) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\tan(30^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

3. Comme ABC est rectangle en B alors $\tan(\widehat{BAC}) = \frac{BC}{AB}$

$$BC = 8 \tan(30^\circ)$$

$$BC = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

L'aire du triangle ABC rectangle en B vaut $\frac{1}{2} \times AB \times BC$ soit $\frac{1}{2} \times 8 \times \frac{8\sqrt{3}}{3} = \frac{32\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^2$

Exercice 14

1. a] On a $\cos^2 \hat{W} + \sin^2 \hat{W} = 1$ donc $\sin^2 \hat{W} = 1 - \frac{4}{49}$ donc $\sin^2 \hat{W} = \frac{45}{49}$. D'où $\sin \hat{W} = \frac{\sqrt{45}}{7}$.

b] On a :

$$\tan \hat{W} = \frac{\sin \hat{W}}{\cos \hat{W}}$$

$$\tan \hat{W} = \frac{\sqrt{45}}{7} : \frac{2}{7}$$

$$\tan \hat{W} = \frac{\sqrt{45}}{7} \times \frac{7}{2}$$

$$\tan \hat{W} = \frac{\sqrt{45}}{2}$$

2. Pour construire $\hat{W}$ on peut construire un triangle ABW rectangle en A avec $AW = 2 \text{ cm}$ et $BW = 7 \text{ cm}$.

Exercice 15

1. On a : $(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$
 $(\sin x)^2 = 1 - (\cos x)^2$
 $-(\sin x)^2 = -1 + (\cos x)^2$

D'où : $(\cos x)^2 - (\sin x)^2 = 2(\cos x)^2 - 1$

2. On sait que : $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$.
 $\tan^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}$

Donc $(\cos x)^2 \times (\tan x)^2 = (\sin x)^2$ De plus, on sait que $(\sin x)^2 = 1 - (\cos x)^2$

On a donc : $(\cos x)^2 \times (\tan x)^2 = 1 - (\cos x)^2$
 $(\cos x)^2 + (\cos x)^2 \times (\tan x)^2 = 1$
 $(\cos x)^2 (1 + (\tan x)^2) = 1$

D'où $\cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x}$