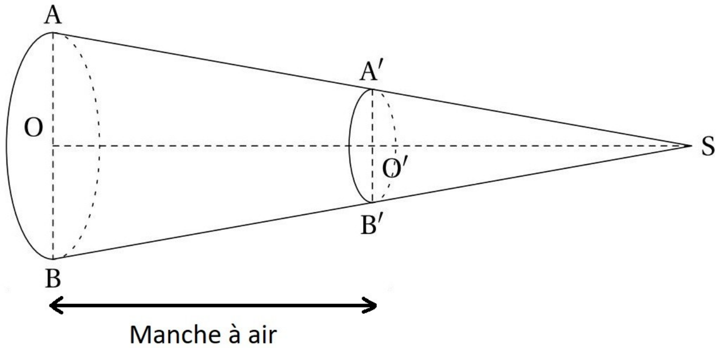
Énoncés

Exercice 13 *Amérique du Nord - Juin 2016*

Sur l'altiport (aérodrome d'altitude) de la station de ski se trouve une manche à air qui permet de vérifier la direction et la puissance du vent.

Cette manche à air a la forme d'un tronc de cône de révolution obtenu à partir d'un cône auquel on enlève la partie supérieure, après section par un plan parallèle à la base.



On donne : AB = 60 cm, $A'B'$ = 30 cm, BB' = 240 cm.
O est le centre du disque de la base du grand cône de sommet *S*.
O′ milieu de [*OS*], est le centre de la section de ce cône par un plan parallèle à la base.
B′ appartient à la génératrice [*SB*] et *A′* appartient à la génératrice [*SA*].

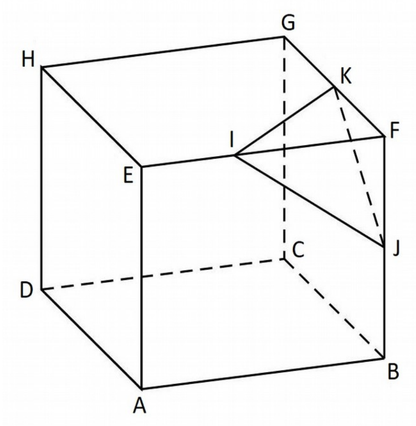
1. Démontrer que la longueur *SB* est égale à 480 cm.

2. Calculer la longueur *SO*. On arrondira le résultat au centimètre.

3. Calculer le volume d'air qui se trouve dans la manche à air.
On arrondira au centimètre cube.

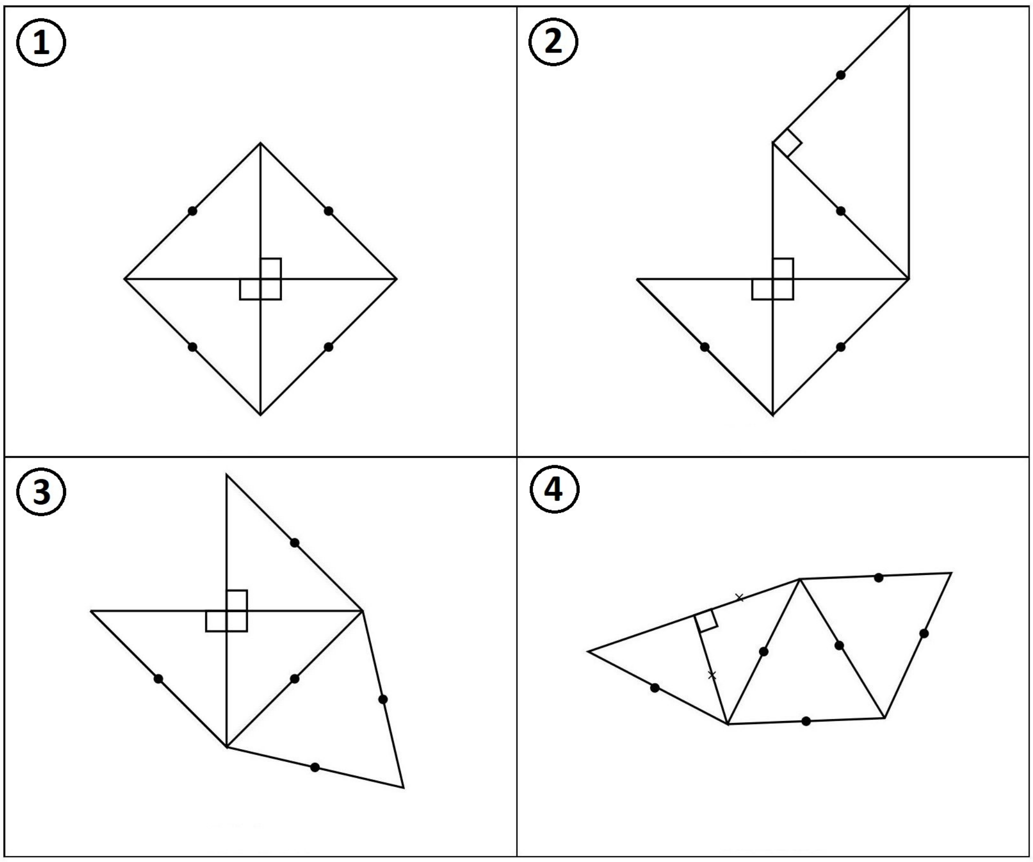
Exercice 14 *Polynésie - Juin 2016*

On découpe la pyramide *FIJK* dans le cube *ABCDEFGH* comme le montre le dessin ci-contre.
Le segment [*AB*] mesure 6 cm.
Les points *I*, *J*, et *K* sont les milieux respectifs des arêtes [*FE*], [*FB*] et [*FG*].



1. Tracer le triangle *IFK* en vraie grandeur.

2. On considère les quatre schémas ci-dessous.
Sans justifier, indiquer lequel est le patron de la pyramide *FIJK*.

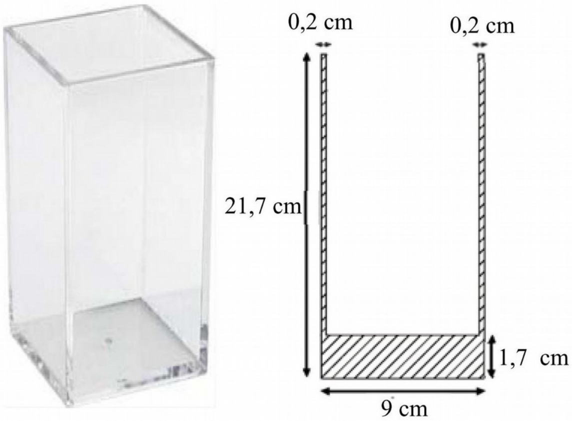


3. Calculer le volume de la pyramide *FIJK*.

Exercice 15 *France - Juin 2016*

Antoine crée des objets de décoration avec des vases, des billes et de l’eau colorée.

Caractéristiques du vase



Matière : verre

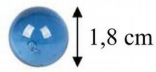
Forme : pavé droit

Dimensions extérieures : 9 cm × 9 cm × 21,7 cm

Épaisseur des bords : 0,2 cm

Épaisseur du fond : 1,7 cm

Caractéristiques des billes



Matière : verre

Forme : boule

Dimensions : 1,8 cm de diamètre

Antoine verse 150 billes dans le vase. Pourra-t-il ajouter 1 litre d'eau sans que cela déborde ?

Exercice 16 *Asie - Juin 2016*

Romane souhaite préparer un cocktail pour son anniversaire.

Document 1 : Recette du cocktail

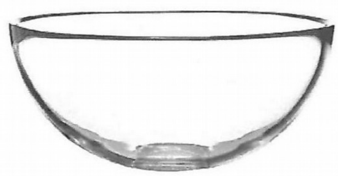
Ingrédients pour 6 personnes :

- 60 cl de jus de mangue
- 30 cl de jus de poire
- 12 cl de jus de citron vert
- 12 cl de sirop de cassis

Préparation :

Verser les différents ingrédients dans un récipient et remuer.
Garder au frais pendant au moins 4h.

Document 2 : Récipient de Romane



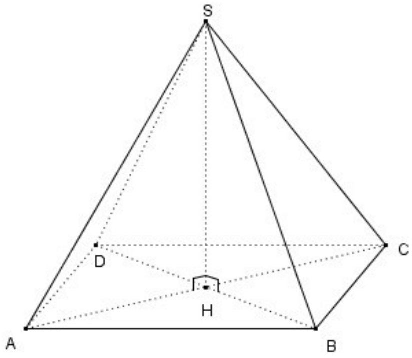
On considère qu’il a la forme d’une demi-sphère de diamètre 26 cm.

Le récipient choisi par Romane est-il assez grand pour préparer le cocktail pour 20 personnes?

Exercice 17 *Amérique du Nord - Juin 2015*

La Pyramide du Louvre est une oeuvre de l'architecte Leoh Ming Pei.

Il s'agit d'une pyramide régulière dont la base est un carré de côté 35,50 mètres dont les quatre arêtes partant du sommet mesurent 33,14 mètres chacune.



1. La Pyramide du Louvre est schématisée ci-contre.
Calculer la hauteur réelle de la Pyramide du Louvre arrondie au centimètre.

2. On veut tracer le patron de cette pyramide à l'échelle 1/800.
a] Calculer les dimensions nécessaires de ce patron en les arrondissant au millimètre.
b] Construire le patron en faisant apparaître les traits de construction.

Exercice 18 *Asie - Juin 2015*

Un aquarium a la forme d'une sphère de 10 cm de rayon, coupée en sa partie haute : c'est une *calotte sphérique*.

La hauteur totale de l'aquarium est 18 cm.

1. Le volume d'une *calotte sphérique* est donné par la formule :
$V = \frac{\pi}{3} \times h^2 \times (3r - h)$
où r est le rayon de la sphère et h est la hauteur de la calotte sphérique.

a] Prouver que la valeur exacte du volume en cm^3 de l'aquarium est 1296π.
b] Donner la valeur approchée du volume de l'aquarium au litre près.

2] On remplit cet aquarium à ras bord.
On verse la totalité de son contenu dans un autre aquarium parallélépipédique dont la base est un rectangle de 15 cm par 20 cm.

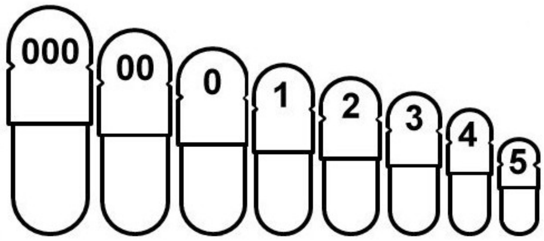
Déterminer la hauteur atteinte par l'eau (on arrondira au cm).

Exercice 19 *Centres étrangers II - Juin 2015*

La gélule est une forme médicamenteuse utilisée quand le médicament a une odeur forte ou un goût désagréable que l'on souhaite cacher.

On trouve des gélules de différents calibres.

Ces calibres sont numérotés de « 000 » à « 5 » comme le montre l'illustration ci-contre (« 000 » désignant le plus grand calibre et « 5 » désignant le plus petit).

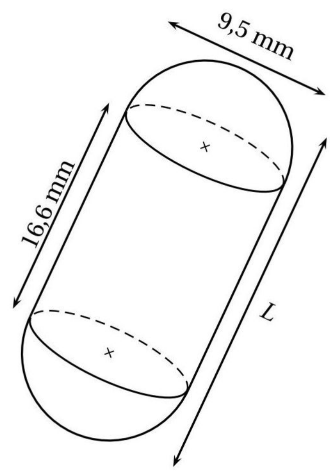


Le tableau suivant donne la longueur de ces différents calibres de gélule :

Calibre de la gélule	000	00	0	1	2	3	4	5
Longueur L de la gélule (en mm)	26,1	23,3	21,7	19,4	18,0	15,9	14,3	11,1

Source : « Technical Reference File 1st edition CAPSUGEL - Gélules Coni-Snap

On considère une gélule constituée de deux demi-sphères identiques de diamètre 9,5 mm et d'une partie cylindrique d'une hauteur de 16,6 mm comme l'indique le croquis ci-contre.



1. À quel calibre correspond cette gélule? Justifier votre réponse.

2. Calculer le volume arrondi au mm^3 de cette gélule.

3. Robert tombe malade. Son médecin lui prescrit comme traitement une boîte d'antibiotique conditionné en gélules correspondant au croquis ci-dessus.

Chaque gélule de cet antibiotique a une masse volumique de $6{,}15 \times 10^{-4}$ g/mm^3
La boîte d'antibiotique contient 3 plaquettes de 6 gélules.

Quelle masse d'antibiotique Robert a-t-il absorbée durant son traitement?
Donner le résultat en grammes arrondi à l'unité.

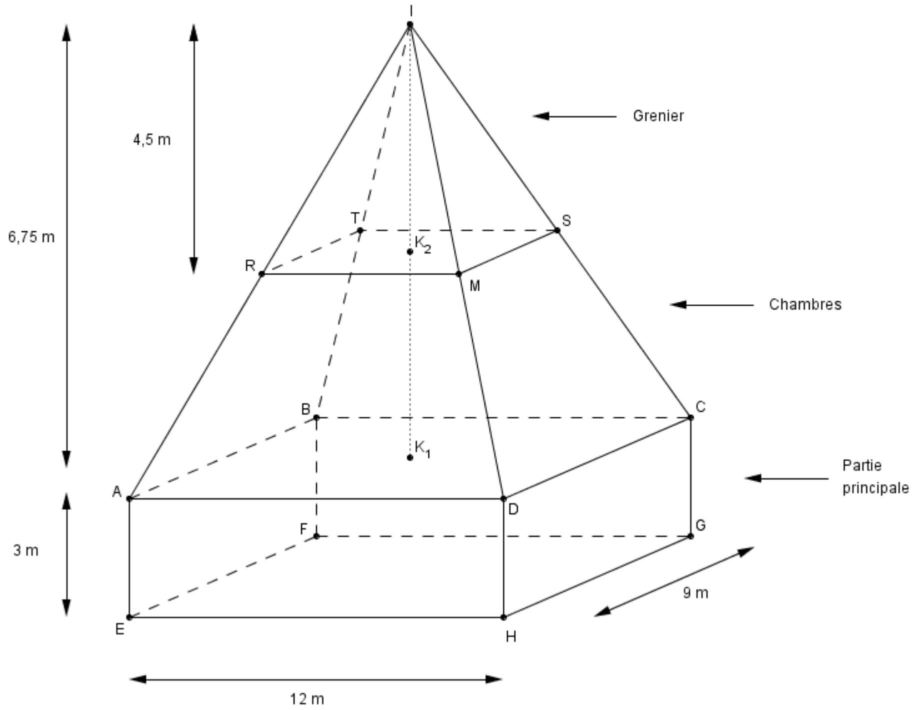
Exercice 20 *Centres étrangers I - Juin 2015*

Une maison est composée d'une partie principale qui a la forme d'un pavé droit *ABCDEFGH* surmonté d'une pyramide *IABCD* de sommet *I* et de hauteur $[IK_1]$ perpendiculaire à la base de la pyramide.

Cette pyramide est en deux parties :

- Une partie basse *ABCDRTSM* destinée aux chambres
- Une partie haute *IRTSM* réduction de hauteur $[IK_2]$ de la pyramide *IABCD* correspondant au grenier

On a : $EH = 12$ m
$AE = 3$ m
$HG = 9$ m
$IK_1 = 6{,}75$ m
$IK_2 = 4{,}5$ m



1. Calculer la surface au sol de la maison.

2. Des radiateurs électriques seront installés dans toute la maison, excepté au grenier.
On cherche le volume à chauffer de la maison.

a] Calculer le volume de la partie principale.
b] Calculer le volume des chambres.
c] Montrer que le volume à chauffer est égal à 495 m^3.

3. Dans ce type de maison, il faut une puissance électrique de 925 Watts pour chauffer 25 mètres cubes.
Le propriétaire de la maison décide d'acheter des radiateurs qui ont une puissance de 1 800 watts chacun et qui coûtent 349,90 € pièce.

Combien devra-t-il dépenser pour l'achat des radiateurs?

Corrigés

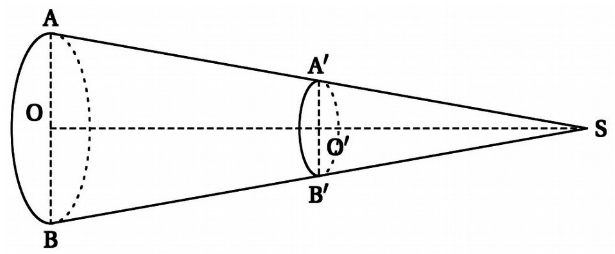
Exercice 13

1. Le grand cône est un agrandissement du petit cône de coefficient $\frac{AB}{A'B'}=\frac{60}{30}=2$

donc $SB = 2\,SB'$

$SB' + BB' = 2\,SB'$

d'où $BB' = SB'$



Par conséquent $SB = 2 \times 240$ cm

$\boldsymbol{SB = 480}$ **cm**.

2. Dans le triangle *SOB* rectangle en *O* on a :

$SB^2 = SO^2 + OB^2$
$480^2 = SO^2 + 30^2$
$230400 = SO^2 + 900$
$229500 = SO^2$

D'où $SO=\sqrt{229500}$ cm soit **SO ≈ 479 cm**

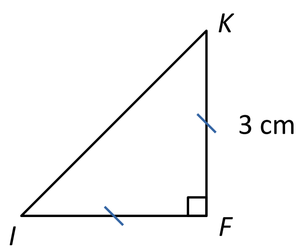
3. Volume du grand cône : $\frac{\pi \times 30^2 \times \sqrt{229500}}{3} = 300\pi\sqrt{229500}$ cm³

Comme le petit cône est une réduction du grand cône de coefficient 2 alors le volume du petit cône vaut : $\frac{300\pi\sqrt{229500}}{8}$ cm³

On en déduit le volume du manche à air :
$300\pi\sqrt{229500}-\frac{300\pi\sqrt{229500}}{8}=\frac{7}{8}\times 300\pi\sqrt{229500}$ soit **environ 395 067 cm³**.

Exercice 14

1.



2. Le seul patron possible est celui du **schéma 3**.

3. Prenons pour base de la pyramide le triangle rectangle *IFK*. Sa hauteur est alors *FJ* et son volume vaut :
$\frac{FK \times FI}{2}\times\frac{3}{3}=\frac{3\times 3}{2}=\mathbf{4{,}5\,cm^3}$

Exercice 15

Les dimensions de l'intérieur du vase sont :

9 – 2×0,2 = 8,6 cm pour chaque côté du carré de la base

21,7 – 1,7 = 20 cm pour la hauteur

Le volume intérieur du vase est donc 8,6 × 8,6 × 20 = **1479,2 cm^3**

Les 150 billes ont un volume total valant : $150 \times \frac{4}{3} \pi \times 0{,}9^3 \approx \mathbf{458\,cm^3}$

Une fois les billes dans le vase, il reste un volume disponible environ égal à 1479,2 – 458 = 1021,2 cm^3

Comme 1L = 1 dm^3 = 1000 cm^3 alors le volume disponible est suffisant et **le vase ne débordera pas**.

Exercice 16

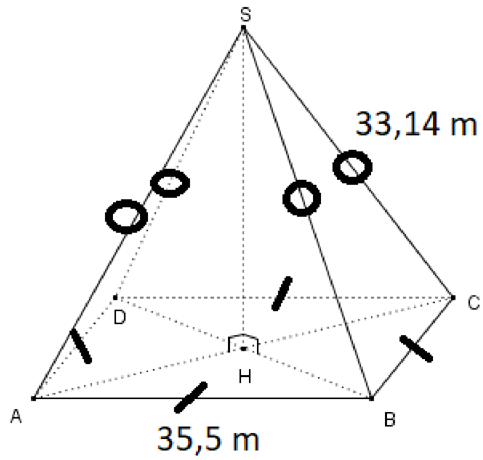
Le récipient a un rayon valant 26/2 = 13 cm et son volume vaut $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi \times 13^3 \approx 4601\,\text{cm}^3$ soit environ **4,6 L**

Le volume de cocktail pour 6 personnes vaut 60 + 30 + 12 + 12 = 114 cl

Pour 20 personnes il faut prévoir une quantité de $20 \times \frac{114}{6} = 380\,\text{cl}$ soit **3,8 L**

En conséquence, **le récipient est assez grand**.

Exercice 17



1. Comme *ABD* est un triangle rectangle en *A* alors on a :

$BD^2 = AB^2 + AD^2$

$BD^2 = 35{,}5^2 + 35{,}5^2$

$BD^2 = 2520{,}5$

D'où $BD = \sqrt{2520{,}5}$ m

Comme *AHS* est un triangle rectangle en *H* alors on a :

$AS^2 = AH^2 + HS^2$

$$33{,}14^2 = \left(\frac{\sqrt{2520{,}5}}{2}\right)^2 + HS^2$$

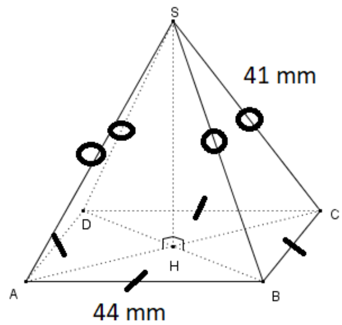
D'où $HS^2 = 33{,}14^2 - \dfrac{2520{,}5}{4}$

$HS^2 = 468{,}1346$

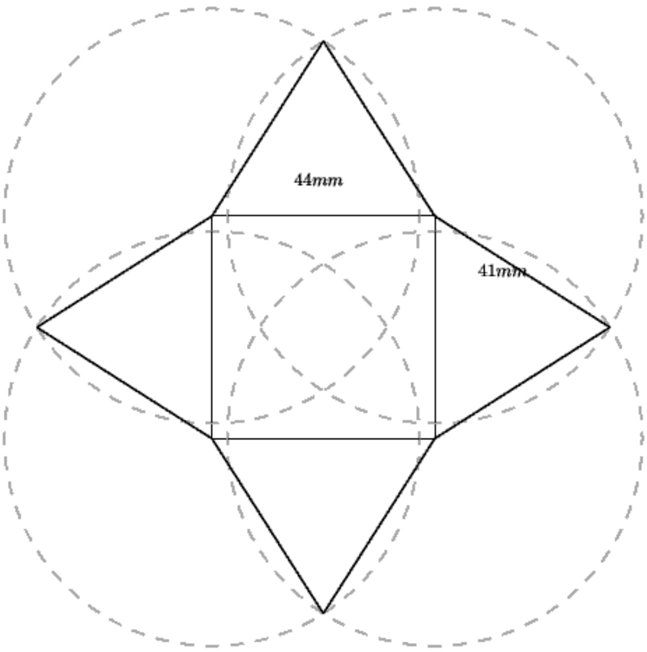
Donc $HS = \sqrt{468{,}1346}$

La hauteur de la Pyramide du Louvre vaut **environ 21,64 m**.

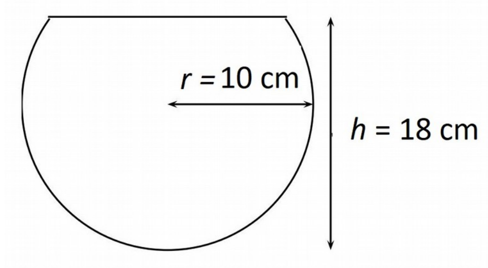
2. **a]** Après division des longueurs par 800 et arrondies au mm on obtient le schéma ci-dessous :



b]



Exercice 18



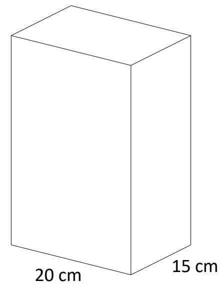
1. **a]** Le volume de l'aquarium est :

$V = \frac{\pi}{3} \times 18^2 \times (3 \times 10 - 18)$

$V = 108\pi \times (30 - 18)$

V = 1296π cm³

b] Le volume vaut 1296×π ≈ 4072 cm³ soit **environ 4 litres**.



2. Soit *h* la hauteur atteinte par l'eau dans le nouvel aquarium.
Le volume d'eau est 20 × 15 × *h* = 300*h* cm³

On a donc $300h = 1296\pi$

D'où $h = \frac{1296\pi}{300}$ cm

La hauteur de l'eau est **environ 14 cm**.

Exercice 19

1. La longueur totale de la gélule vaut $L = 16{,}6 + 2 \times \frac{9{,}5}{2} = 26{,}1\,\text{mm}$. **Son calibre est donc « 000 »**.

2. La gélule est constituée d'un cylindre et de deux demi-boules.
Volume du cylindre : $\pi \times 4{,}75^2 \times 16{,}6 = 374{,}5375\pi$ mm³
Volume de la boule : $\frac{4}{3}\pi \times 4{,}75^3 = \frac{428{,}6875}{3}\pi\,\text{mm}^3$

Son volume total vaut donc $\left(\frac{428{,}6875}{3} + 374{,}5375\right)\pi \approx \mathbf{1626\,mm^3}$

3. Robert a absorbé 3 × 6 = 18 gélules.
Cela correspond à une masse valant environ $18 \times 6{,}15 \times 10^{-4} \times 1626 \approx 180000 \times 10^{-4}$ g soit **environ 18g**.

Exercice 20

1. La surface au sol de la maison mesure 12 × 9 = **108 m²**

2. **a]** Le volume de la partie principale est 108 × 3 = **324 m³**

b] Le volume des chambres est la différence entre le volume des pyramides *IABCD* et *IRTSM*.

Le volume de *IABCD* vaut 108 × 6,75/3 = **243 m³**

La pyramide *IRTSM* est une réduction de *IABCD* de coefficient $\frac{4,5}{6,75}=\frac{2}{3}$

Par conséquent, le volume de *IRTSM* vaut $243\times\left(\frac{2}{3}\right)^3=\mathbf{72\,m^3}$

Le volume des chambres vaut donc 243 – 72 = **171 m³**

c] Le volume à chauffer est 324 + 171 = **495 m³**

3. La puissance totale à prévoir est $925\times\frac{495}{25}=18315\,\text{W}$

Pour cela, le nombre de radiateurs est $\frac{18315}{1800}\approx 11$ (par excès)

Le coût à prévoir est donc 349,90 × 11 = **3848,9 €**