

Énoncés

Exercice 12

Effectuer les calculs suivants sans calculatrice :

a] 2^{-3}

b] $(-3)^{-4}$

c] $4^{-1} \times 5^2$

d] $\left(\frac{7}{3}\right)^2 \times \left(\frac{7}{3}\right)^{-4}$

e] $5 \times 2^{-1} - 3^{-2}$

f] $3 \times 2^{-2} + 5 \times 2^{-3}$

g] $5 \times (10^{-3})^{-2}$

h] $\frac{2^6}{(-2)^9}$

i] $2^{19} \times 5^{15} \times 10^{-10}$

Exercice 13

Écrire chaque nombre sous la forme a^n où n est un nombre entier négatif et a est un nombre le plus proche de 0 possible.

a] $\frac{1}{27}$

b] $-\frac{1}{27}$

c] $\frac{64}{9}$

d] 16

Exercice 14

Compléter ce carré avec des puissances de 10, sachant que le produit de chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale vaut 100.

10^5	10^{-4}		10^{-7}
	$(10^{-2})^3$	10^{-4}	
$(10^{-4})^2$			
	10^5		$(10^2)^{-1}$

Exercice 15 *Le problème de Léo Moser*

Soit n un nombre entier positif différent de 0. On pose $A = \frac{n^4 - 6n^3 + 23n^2 - 18n + 24}{24}$ et $B = 2^{(n-1)}$

1. Calculer A et B pour $n = 1$.

2.
 - a] Comparer A et B pour $n = 2$.
 - b] Quelle conjecture peut-on faire ?

3.
 - a] Comparer A et B pour $n = 3$.
 - b] Quelle conjecture peut-on faire ?

4.
 - a] Comparer A et B pour $n = 10$.
 - b] Que peut-on conclure ?

Corrigés

Exercice 12

a) $2^{-3} = \frac{1}{8}$

b) $\frac{1}{(-3)^4} = \frac{1}{81}$

c) $\frac{1}{4} \times 25 = \frac{25}{4}$

d) $\left(\frac{7}{3}\right)^{-2} = \frac{9}{49}$

e) $\frac{5}{2} - \frac{1}{9} = \frac{43}{18}$

f) $\frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \frac{11}{8}$

g) $5 \times 10^6 = 5\,000\,000$

h) $-\frac{2^6}{2^9} = -\frac{1}{8}$

i) On a $2^{19} \times 5^{15} \times 10^{-10} = 2^4 \times 2^{15} \times 5^{15} \times 10^{-10}$
 $= 2^4 \times 10^{15} \times 10^{-10}$
 $= 1\,600\,000$

Exercice 13

a) $\frac{1}{3^3} = 3^{-3}$

b) $-\frac{1}{3^3} = (-3)^{-3}$

c) $\left(\frac{8}{3}\right)^2 = \left(\frac{3}{8}\right)^{-2}$

d) $4^2 = 2^4$ donc $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$

Exercice 14

10^5	10^{-4}	10^8	10^{-7}
10^{-1}	$(10^{-2})^3$	10^{-4}	10^{13}
$(10^{-4})^2$	10^7	10^5	10^{-2}
10^6	10^5	10^{-7}	$(10^2)^{-1}$

Exercice 15 *Le problème de Léo Moser*

1. Pour $n = 1$ on a : $A = \frac{1 - 6 + 23 - 18 + 24}{24}$ et $B = 2^0$
 $A = 1$ et $B = 1$

2. a] Pour $n = 2$ on a : $A = \frac{2^4 - 6 \times 2^3 + 23 \times 2^2 - 18 \times 2 + 24}{24}$ et $B = 2^{(2-1)}$
 $A = \frac{16 - 48 + 92 - 36 + 24}{24}$ et $B = 2^1$
 $A = 2$ et $B = 2$

b] On peut conjecturer que, pour tout nombre entier n positif différent de 0 on a $A = n$ et $B = n$.

3. a] Pour $n = 3$ on a : $A = \frac{3^4 - 6 \times 3^3 + 23 \times 3^2 - 18 \times 3 + 24}{24}$ et $B = 2^{(3-1)}$
 $A = \frac{81 - 162 + 207 - 54 + 24}{24}$ et $B = 2^2$
 $A = 4$ et $B = 4$

b] Le résultat précédent montre que la conjecture du **2b]** est fausse.
 On peut toutefois encore conjecturer que, pour tout nombre entier n positif différent de 0 on a $A = B$.

4. a] Pour $n = 10$ on a : $A = \frac{10^4 - 6 \times 10^3 + 23 \times 10^2 - 18 \times 10 + 24}{24}$ et $B = 2^{(10-1)}$
 $A = \frac{10000 - 6000 + 2300 - 180 + 24}{24}$ et $B = 2^9$
 $A = 256$ et $B = 512$

b] On peut conclure de ce dernier résultat que toutes les conjectures précédentes étaient fausses !