

Énoncés

**Exercice 12**

Effectuer les calculs suivants sans calculatrice :

a]  $2^{-3}$

b]  $(-3)^{-4}$

c]  $4^{-1} \times 5^2$

d]  $\left(\frac{7}{3}\right)^2 \times \left(\frac{7}{3}\right)^{-4}$

e]  $5 \times 2^{-1} - 3^{-2}$

f]  $3 \times 2^{-2} + 5 \times 2^{-3}$

g]  $5 \times (10^{-3})^{-2}$

h]  $\frac{2^6}{(-2)^9}$

i]  $2^{19} \times 5^{15} \times 10^{-10}$

**Exercice 13**

Écrire chaque nombre sous la forme  $a^n$  où  $n$  est un nombre entier négatif et  $a$  est un nombre le plus proche de 0 possible.

a]  $\frac{1}{27}$

b]  $-\frac{1}{27}$

c]  $\frac{64}{9}$

d] 16

**Exercice 14**

Compléter ce carré avec des puissances de 10, sachant que le produit de chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale vaut 100.

$10^5$	$10^{-4}$		$10^{-7}$
	$(10^{-2})^3$	$10^{-4}$	
$(10^{-4})^2$			
	$10^5$		$(10^2)^{-1}$

**Exercice 15** *Le problème de Léo Moser*

Soit  $n$  un nombre entier positif différent de 0. On pose  $A = \frac{n^4 - 6n^3 + 23n^2 - 18n + 24}{24}$  et  $B = 2^{(n-1)}$

1. Calculer  $A$  et  $B$  pour  $n = 1$ .
  
2.
  - a] Comparer  $A$  et  $B$  pour  $n = 2$ .
  - b] Quelle conjecture peut-on faire ?
  
3.
  - a] Comparer  $A$  et  $B$  pour  $n = 3$ .
  - b] Quelle conjecture peut-on faire ?
  
4.
  - a] Comparer  $A$  et  $B$  pour  $n = 10$ .
  - b] Que peut-on conclure ?

Corrigés

Exercice 12

a)  $2^{-3} = \frac{1}{8}$

b)  $\frac{1}{(-3)^4} = \frac{1}{81}$

c)  $\frac{1}{4} \times 25 = \frac{25}{4}$

d)  $\left(\frac{7}{3}\right)^{-2} = \frac{9}{49}$

e)  $\frac{5}{2} - \frac{1}{9} = \frac{43}{18}$

f)  $\frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \frac{11}{8}$

g)  $5 \times 10^6 = 5\,000\,000$

h)  $-\frac{2^6}{2^9} = -\frac{1}{8}$

i) On a  $2^{19} \times 5^{15} \times 10^{-10} = 2^4 \times 2^{15} \times 5^{15} \times 10^{-10}$   
 $= 2^4 \times 10^{15} \times 10^{-10}$   
 $= 1\,600\,000$

Exercice 13

a)  $\frac{1}{3^3} = 3^{-3}$

b)  $-\frac{1}{3^3} = (-3)^{-3}$

c)  $\left(\frac{8}{3}\right)^2 = \left(\frac{3}{8}\right)^{-2}$

d)  $4^2 = 2^4$  donc  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$

Exercice 14

$10^5$	$10^{-4}$	$10^8$	$10^{-7}$
$10^{-1}$	$(10^{-2})^3$	$10^{-4}$	$10^{13}$
$(10^{-4})^2$	$10^7$	$10^5$	$10^{-2}$
$10^6$	$10^5$	$10^{-7}$	$(10^2)^{-1}$

**Exercice 15** *Le problème de Léo Moser*

1. Pour  $n = 1$  on a :  $A = \frac{1 - 6 + 23 - 18 + 24}{24}$  et  $B = 2^0$   
 $A = 1$  et  $B = 1$

2. a] Pour  $n = 2$  on a :  $A = \frac{2^4 - 6 \times 2^3 + 23 \times 2^2 - 18 \times 2 + 24}{24}$  et  $B = 2^{(2-1)}$   
 $A = \frac{16 - 48 + 92 - 36 + 24}{24}$  et  $B = 2^1$   
 $A = 2$  et  $B = 2$

b] On peut conjecturer que, pour tout nombre entier  $n$  positif différent de 0 on a  $A = n$  et  $B = n$ .

3. a] Pour  $n = 3$  on a :  $A = \frac{3^4 - 6 \times 3^3 + 23 \times 3^2 - 18 \times 3 + 24}{24}$  et  $B = 2^{(3-1)}$   
 $A = \frac{81 - 162 + 207 - 54 + 24}{24}$  et  $B = 2^2$   
 $A = 4$  et  $B = 4$

b] Le résultat précédent montre que la conjecture du **2b]** est fausse.  
 On peut toutefois encore conjecturer que, pour tout nombre entier  $n$  positif différent de 0 on a  $A = B$ .

4. a] Pour  $n = 10$  on a :  $A = \frac{10^4 - 6 \times 10^3 + 23 \times 10^2 - 18 \times 10 + 24}{24}$  et  $B = 2^{(10-1)}$   
 $A = \frac{10000 - 6000 + 2300 - 180 + 24}{24}$  et  $B = 2^9$   
 $A = 256$  et  $B = 512$

b] On peut conclure de ce dernier résultat que toutes les conjectures précédentes étaient fausses !