Programme de mathématiques pour le cycle 3

Sommaire

Les solides
Déplacements dans l'espace

Sixième
Étude de configurations planes
La vision dans l'espace

Organisation et gestion de données et probabilités

Cours moyen première année
Organisation et gestion de données
Les probabilités

Cours moyen deuxième année
Organisation et gestion de données
Les probabilités

Sixième
Organisation et gestion de données
Les probabilités

La proportionnalité

Cours moyen première année

Cours moyen deuxième année

Sixième

Initiation à la pensée informatique

Cours moyen première année

Cours moyen deuxième année

Sixième

Principes

Objectifs majeurs

Le programme d'enseignement des mathématiques au cycle 3 fixe des objectifs de différentes natures :

- la poursuite et le renforcement des apprentissages mathématiques des élèves de l'école et du collège ;
- l'acquisition de savoirs et de savoir-faire indispensables à la réussite au cycle 4 en mathématiques et dans les autres disciplines scolaires ;
- le développement et le renforcement de compétences d'analyse, de raisonnement, de logique, d'argumentation qui constituent le fondement de la formation scientifique et qui contribuent au développement de l'esprit critique nécessaire à l'exercice éclairé de la citoyenneté ;
- le développement de compétences permettant à chaque élève de gagner en autonomie et de renforcer son estime de soi ;
- la lutte contre les déterminismes sociaux qui freinent la réussite scolaire ;
- la prévention et la réduction des inégalités entre filles et garçons.

Par ailleurs, l'enseignement des mathématiques au cycle 3 s'inscrit dans une démarche éducative plus large en sensibilisant les élèves aux défis environnementaux du 21e siècle, notamment le changement climatique, la perte de la biodiversité et l'épuisement des ressources naturelles.

Organisation du travail des élèves

Pour atteindre ces objectifs, il est fondamental de proposer aux élèves des activités variées. Leur diversité concerne :

- les contextes liés à la vie quotidienne ou à d'autres disciplines, mais aussi internes aux mathématiques ;
- les types de tâches qui peuvent être des entrainements à la mémorisation ou à l'automatisation, des exercices d'application pour stabiliser et consolider les connaissances, des évaluations à visée formative, des résolutions de problèmes favorisant la recherche, des débats collectifs autour d'une solution proposée ;
- les modalités d'organisation du travail qui peut être effectué individuellement, en binômes ou en groupes plus larges, à l'écrit et à l'oral.

La résolution de problèmes

Au cycle 3, la résolution de problèmes occupe une place centrale dans l'apprentissage des mathématiques, quel que soit le domaine du programme.
Elle contribue à donner du sens aux notions étudiées en les inscrivant dans des situations concrètes, qu'elles soient issues d'autres disciplines ou intra-mathématiques. Elle joue un rôle majeur dans le développement de compétences mathématiques (chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner, communiquer) et constitue le critère principal pour évaluer la maîtrise des concepts enseignés et pour en garantir l'appropriation du sens.

La mémorisation, la construction d'automatismes et l'acquisition de stratégies de résolution

Pour être en capacité de résoudre des problèmes, l'élève doit pouvoir mobiliser des automatismes, c'est-à-dire d'un corpus de connaissances, de procédures et de stratégies diverses immédiatement disponibles. La maîtrise de ces automatismes allège la mémoire de travail de l'élève lors de la résolution de problèmes, lui permettant de se consacrer pleinement à des tâches cognitives de niveau supérieur comme la prise d'initiatives, la créativité ou le raisonnement. La construction d'automatismes et de stratégies de résolution est particulièrement valorisante car elle produit souvent des progrès rapides, ce qui engage les élèves dans un cercle vertueux et renforce leur confiance en leur capacité à réussir.

Au cours moyen, les automatismes concernent principalement les faits numériques et les procédures de calcul que tout élève est tenu de maîtriser. Ils sont notamment explicités dans la rubrique « Calcul mental » du programme où ils sont accompagnés d'indicateurs précis de leur maîtrise. En effet, tout comme « savoir lire » ne signifie pas la même chose en CE1 et en CM2 concernant le nombre de mots lus en une minute, « Connaître les tables de multiplication » ne correspond pas aux mêmes attentes en CE1 et en CM2 sur le nombre de résultats que les élèves sont capables de restituer en une minute.

En 6ᵉ, les automatismes couvrent l'ensemble des domaines du programme, mais portent uniquement sur des connaissances, des procédures et des stratégies déjà étudiées au cours moyen.

Afin de favoriser un apprentissage solide des habiletés en calcul, qu'il soit mental ou posé, les élèves du cycle 3 n'utilisent pas de calculatrice au quotidien. Au cours moyen, ils ne disposent pas de calculatrice personnelle. Cependant, à l'école comme au collège, l'enseignant peut en mettre à disposition lorsqu'il juge leur usage pertinent, soit pour aborder une tâche spécifique, soit pour répondre aux besoins de certains élèves. Par exemple, la calculatrice peut être utilisée pour résoudre des problèmes dont les données numériques dépassent le cadre des calculs mentaux ou posés fixé par le programme.

La place et le rôle de l'oral

La verbalisation est un maillon essentiel dans l'acquisition des notions mathématiques : elle éclaire souvent le sens et aide à la mémorisation. Offrant à l'élève la possibilité de développer sa pensée, puis de la structurer, elle contribue également à la compréhension, à la réflexion et au raisonnement. Au même titre que la représentation, qui est une mise en images, la verbalisation est une mise en mots qui facilite l'accès à l'abstraction.
Les séances de mathématiques fournissent de nombreuses opportunités de renforcer l'expression orale des élèves et leur capacité d'argumentation.

La présentation d'une réponse, d'une stratégie ou encore d'une solution d'un problème permet d'entraîner l'élève à s'exprimer face à un public et à produire un discours structuré et clair. Plutôt que de recopier au tableau sa solution, l'élève est encouragé à la décrire et à la commenter, éventuellement avec l'appui d'un outil comme le visualiseur.

La confrontation de solutions variées d'un même problème incite les élèves à argumenter, à comparer des méthodes ou à critiquer de manière constructive les démarches retenues. Ces activités contribuent à développer des compétences d'expression orale, tout en favorisant la structuration et la clarté du discours.

Les écrits en mathématiques

En mathématiques, au cycle 3, les élèves sont amenés à produire plusieurs types d'écrits, chacun ayant une fonction spécifique.

— Les écrits intermédiaires rédigés lors des temps de recherche permettent à l'élève de poser les premiers éléments nécessaires à l'analyse d'un énoncé, de structurer sa pensée lors de la résolution d'un problème ou de noter des résultats intermédiaires pour soulager sa mémoire de travail lors d'un calcul mental. Ces écrits ne sont pas destinés à être évalués, mais ils offrent à l'enseignant une précieuse opportunité de repérer et de comprendre les difficultés rencontrées par un élève et, ainsi, de l'aider à les surmonter. Ils peuvent être notés sur une ardoise, sur un cahier de recherche ou encore dans le cahier d'exercices.

— Les travaux écrits sous la forme de résolution d'exercices d'application, d'entraînement ou de problèmes sont essentiels. Leur trace est consignée dans un cahier ou un classeur. L'enseignant encourage l'élève à renseigner ce cahier ou ce classeur avec soin, tout en autorisant les essais et les erreurs inhérents aux apprentissages mathématiques. La validation régulière de ces écrits par l'enseignant, lorsqu'il circule dans les rangs ou qu'il relève les cahiers, permet de maintenir un haut niveau d'exigence, tant sur la précision des réponses que sur la présentation.

— L'institutionnalisation des notions étudiées en classe est consignée sous forme de traces écrites dans le cahier ou le classeur de l'élève : définitions et propriétés, vocabulaire spécifique, procédures de calcul à mémoriser, exercice résolu pouvant servir de modèle, etc. Ces traces servent de référence pour l'élève, notamment quand il rencontre des difficultés lors de la résolution d'un exercice ou d'un problème.

L'évaluation des progrès et des acquis des élèves

L'évaluation joue un rôle clé dans la régulation des apprentissages, tant pour l'enseignant que pour l'élève. Elle revêt différentes modalités dont l'observation mais conserve toujours une visée formative. Elle permet à l'élève de prendre conscience de ses réussites et de ses progrès, d'identifier et de comprendre ses erreurs, et de consolider ainsi ses acquis.

L'élève doit être informé des critères de réussite, qui s'appuient sur ce qui a été travaillé en classe.

Cela lui permet de s'engager dans une démarche active et positive face à l'évaluation.

Un retour sur les réussites et les erreurs suite à l'évaluation permet à l'enseignant de proposer des remédiations adaptées aux difficultés rencontrées.

Les compétences psychosociales

L'enseignement des mathématiques au cycle 3 contribue au développement de compétences psychosociales

La mémorisation de faits numériques ou de formules, l'automatisation de procédures de calcul mental ou posé et la lecture immédiate de graphiques développent et renforcent des aptitudes transférables à d'autres domaines.

Au-delà du rôle majeur qu'elle joue dans le développement de compétences et savoirs mathématiques, la résolution de problèmes renforce l'aptitude des élèves à s'appuyer sur des savoirs, à analyser des données pour prendre des initiatives, pour élaborer des stratégies et pour faire des choix réfléchis.

La résolution de problèmes est l'occasion pour l'élève de mobiliser ses connaissances et d'en acquérir de nouvelles. L'élève se confronte à l'inconnu, éprouve le plaisir de chercher, perçoit ce qu'il peut apprendre de ses erreurs et développe confiance et curiosité.

Pour amener chaque élève à progresser et à réussir en mathématiques, il importe de lui donner l'occasion de s'exprimer, à l'écrit comme à l'oral, sans crainte de l'erreur ou du jugement porté par autrui, que ce soit l'un de ses pairs ou les professeurs. Les professeurs veillent à encourager chaque élève, à lui montrer ses réussites, à valoriser ses progrès et à le féliciter de ses efforts.

Des modalités diverses (recherche en binômes ou en groupes plus larges, entraide entre élèves, exposé d'une réponse ou d'une solution, débat autour de celle-ci, etc.) favorisent et renforcent l'engagement de chaque élève, sa persévérance comme la capacité à écouter le point de vue d'autrui et la capacité à exprimer et argumenter le sien. Les professeurs instaurent dans leur classe un climat bienveillant favorable à l'écoute, à l'attention et au respect de toutes et tous.

L'égalité entre tous les élèves, et particulièrement entre les filles et les garçons

Les professeurs veillent à instaurer les conditions permettant à chaque élève de comprendre que les compétences en mathématiques ne sont ni innées ni liées à un genre ou à une situation sociale, mais qu'elles se construisent progressivement par le travail scolaire et la régularité des apprentissages.

Cette démarche suppose une attention particulière des professeurs à plusieurs éléments :

- au choix des situations proposées, afin qu'elles soient accessibles et stimulantes pour tous les élèves ;
- au regard porté sur chacun d'eux, en valorisant la mise en œuvre de stratégies de recherche et les progrès de manière équitable ;
- à la répartition des tâches et des responsabilités confiées à chacun ;
- à la sollicitation équilibrée des filles et des garçons à l'oral ;
- aux retours oraux et écrits qu'il fournit aux élèves, en insistant sur leurs réussites et en leur proposant des pistes d'amélioration ;
- aux occasions offertes à chaque élève de s'exprimer individuellement ou d'interagir au sein d'un groupe.

Afin de modifier les représentations sociales et d'encourager une identification positive, il est essentiel de veiller à proposer des situations évitant la reproduction, même implicite de stéréotypes de genres, et de mettre en avant le travail et les réalisations de mathématiciennes et de femmes scientifiques. En effet, la projection sur un « modèle » participe, dès le plus jeune âge, à modifier les représentations sociales et celles liées aux genres.

L'initiation à la pensée algébrique et à la pensée informatique

Jusqu'au CE2, les problèmes mathématiques proposés sont essentiellement de nature arithmétique, dans le sens où ils mettent en jeu des nombres ou des grandeurs. Dans les raisonnements que l'élève met en œuvre pour les résoudre, il progresse du connu vers l'inconnu. À partir du cycle 3, l'introduction de la pensée algébrique marque un changement de paradigme : il s'agit de raisonner sur des nombres inconnus, qui seront représentés au cycle 4 par des lettres. Le passage progressif de l'arithmétique à l'algèbre nécessite du temps et une approche adaptée. Pour accompagner cette transition, le programme du cycle 3 introduit quelques modèles pré-algébriques (schémas en barre, balances, motifs évolutifs). Ces outils permettent de manipuler des nombres inconnus représentés par des symboles ou par des mots, facilitant l'accès à ce nouveau mode de raisonnement.

La locution « pensée informatique » englobe une attitude intellectuelle et un ensemble de compétences essentielles pour comprendre les enjeux contemporains tels que l'intelligence artificielle. Au cycle 3, les élèves découvrent ce mode de pensée à travers des activités en lien avec les mathématiques, pouvant être réalisées avec ou sans machine. Ces activités permettent de développer des compétences dans les domaines de l'algorithmique, de la logique ou encore de la résolution de problèmes complexes, tout en sensibilisant les élèves aux enjeux du numérique. Un lien peut être établi avec le cadre de référence des compétences numériques.

Organisation du programme

Les apprentissages figurant dans le programme recouvrent des domaines variés des mathématiques : nombres et calculs, algèbre, organisation et gestion des données, probabilités, géométrie, grandeurs et mesures, proportionnalité. L'initiation à la pensée informatique est intégrée à certains de ces domaines au cours moyen, tandis qu'elle constitue un domaine spécifique en 6ᵉ.

Le programme est organisé selon ces domaines, avec quelques variantes de présentation entre le cours moyen et la 6ᵉ. Ainsi, le programme de 6ᵉ est scindé en deux rubriques : « Automatismes » et « Connaissances et capacités attendues ». Certains domaines incluent également une rubrique « Mises en perspective historiques ou culturelles » pour enrichir les enseignements et contribuer à la culture générale des élèves. Ces éléments permettent aux enseignants de donner du sens aux apprentissages, d'éveiller la curiosité des élèves et d'inscrire les notions mathématiques dans une dimension historique et culturelle.

Des exemples de réussite pour éclairer les objectifs d'apprentissage sont mis à disposition des professeurs, à titre indicatif, sur le site pédagogique du ministère :

- classe de CM1 ;
- classe de CM2 ;
- classe de 6e.

Nombres, calcul et résolution de problèmes

Au cycle 3, l'objectif est de poursuivre la compréhension de notre système de numération et de mobiliser ses propriétés lors de calculs. L'apprentissage des techniques opératoires et la compréhension des nombres se développent alors conjointement. En effet, l'enseignement des procédures utilisées pour effectuer des opérations ou des calculs dans toutes leurs modalités fournit des occasions aux élèves de faire évoluer leur compréhension du nombre. Il s'agit d'amener l'élève à adopter la procédure la plus efficace en fonction de ses connaissances ainsi que des nombres et des opérations mis en jeu dans les calculs. De même, si la maîtrise des techniques opératoires écrites permet à l'élève d'obtenir un résultat, la construction de ces techniques est l'occasion de retravailler les propriétés de la numération et de rencontrer des exemples d'algorithmes complexes. Les problèmes arithmétiques proposés au cycle 3 permettent d'enrichir le sens des opérations déjà abordées au cycle 2 et d'en étudier de nouvelles.

Cours moyen première année

Les nombres entiers

Au CM1, la compréhension des aspects décimal (base dix) et positionnel (la valeur d'un chiffre dépend de sa position) de la numération, étudiés depuis le CP, se renforce et s'étend avec l'introduction de deux nouveaux rangs dans l'écriture chiffrée : ceux des dizaines de milliers et des centaines de milliers. Ainsi, les connaissances et les savoir-faire attendus en fin de CM1 concernent les nombres s'écrivant avec au plus six chiffres. Toutefois, afin de renforcer les connaissances sur la numération relevant du cycle 2 et de privilégier en début d'année l'approfondissement de l'étude des fractions et des nombres décimaux, on se limite, pendant les deux premières périodes de l'année, aux nombres entiers s'écrivant avec au plus quatre chiffres. Les nombres écrits avec cinq ou six chiffres ne sont abordés qu'à partir de la période 3 ou du début de la période 4.

Les élèves utilisent, comme au cours des années précédentes, des représentations du matériel multibase lors des travaux menés sur les nombres. Les élèves qui en ont besoin peuvent être invités à manipuler des objets tangibles, comme des cubes de mille unités, des plaques de cent unités, des barres de dix unités, des cubes unités.

La notion de multiple, introduite au cycle 2, est réactivée. Seuls les critères de divisibilité par 2, par 5 et par 10 figurent au programme. Dans les autres cas, les élèves s'appuient sur la connaissance des tables de multiplication ou effectuent des divisions ou des multiplications.

Objectifs d'apprentissage
Comparer et dénombrer des collections en les organisant
Construire des collections de cardinal donné
Connaître et utiliser les relations entre les unités de numération
Connaître la suite écrite et la suite orale des nombres jusqu'à 999 999
Connaître la valeur des chiffres en fonction de leur position dans un nombre
Connaître et utiliser diverses représentations d'un nombre et passer de l'une à l'autre
Comprendre et savoir utiliser les expressions « égal à », « supérieur à », « inférieur à », « compris entre … et … »
Comparer, encadrer, intercaler des nombres entiers en utilisant les symboles =, < et >
Ordonner des nombres dans l'ordre croissant ou décroissant
Savoir placer des nombres et repérer des points sur une demi-droite graduée
Savoir reconnaître les multiples de 2, de 5 et de 10 à partir de leur écriture chiffrée
Savoir déterminer si un nombre entier donné est un multiple d'un nombre entier inférieur ou égal à 10
Savoir déterminer si un nombre entier inférieur ou égal à 10 est un diviseur d'un nombre entier donné

Les fractions

Au CM1 les élèves renforcent les connaissances et les savoir-faire acquis au cycle 2 sur les fractions en étendant leur étude aux fractions supérieures à 1.

Les fractions sont utilisées avec différents sens :

- comme au CE1, les fractions sont utilisées pour représenter une partie d'un tout dans le cadre d'un partage de ce tout en parts égales, la fraction étant alors le rapport entre la partie et le tout ;
- dans la continuité du CE2, les fractions sont utilisées pour mesurer des grandeurs lorsque les nombres entiers ne sont pas suffisants ;

— le travail sur la mesure de longueurs à l'aide de fractions permet d'introduire le repérage de points sur une demi-droite graduée par des fractions, et contribue ainsi à donner aux fractions le statut de nombres, qui s'intercalent entre les nombres entiers déjà connus ;
— au CM1, les fractions acquièrent également le statut d'opérateur multiplicatif pour le cas particulier des fractions unitaires ; les élèves apprennent à calculer des fractions de quantités ou de grandeurs comme un tiers de 12 billes ou un quart de 100 mètres.

Dans la continuité du cycle 2, les élèves travaillent avec des fractions dès la période 1 et les utilisent tout au long de l'année scolaire.

Les fractions rencontrées au CM1 ont toutes un dénominateur inférieur ou égal à 20, hormis les fractions décimales qui peuvent avoir un dénominateur égal à 100.

Objectifs d'apprentissage
Savoir interpréter, représenter, écrire et lire des fractions
Savoir écrire une fraction supérieure à 1 comme la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1
Savoir écrire la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 comme une unique fraction
Savoir encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs
Savoir placer une fraction ou la somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à un sur une demi-droite graduée
Savoir repérer un point d'une demi-droite graduée par une fraction ou par la somme d'un nombre entier et d'une fraction
Comparer des fractions
Additionner et soustraire des fractions
Déterminer une fraction d'une quantité ou d'une grandeur

Les nombres décimaux

Les nombres décimaux, abordés au cycle 2 par leurs écritures à virgule dans le cas particulier de la monnaie, sont réintroduits de manière plus générale au CM1 sous la forme de fractions décimales. L'écriture à virgule est réintroduite dans un second temps, comme un codage conventionnel de la décomposition canonique d'un nombre écrit sous la forme d'une somme de fractions décimales : ainsi l'écriture décimale 35,78 est présentée comme un codage destiné à simplifier l'écriture du nombre $35 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100}$.

Cette section du programme entretient des liens forts avec :
— la partie « Grandeurs et mesures » où les nombres décimaux sont largement utilisés ;
— les sous-parties « Calcul mental » et « Les quatre opérations » où sont présentées des compétences calculatoires que doivent développer les élèves sur les nombres décimaux ;
— la sous-partie « Résolution de problèmes » où les nombres décimaux prennent tout leur sens.

Au CM1, les nombres décimaux rencontrés ne vont pas au-delà des centièmes et s'écrivent donc avec au plus deux chiffres après la virgule.

Des nombres décimaux exprimés avec une écriture à virgule sont rencontrés dès la période 1 dans le cadre de problèmes sur la monnaie prolongeant le travail mené au cycle 2. L'étude plus générale des nombres décimaux, introduits sous la forme de fractions décimales puis exprimés avec une écriture à virgule, est menée dès la période 2 du CM1.

Objectifs d'apprentissage
Interpréter, représenter, écrire et lire des fractions décimales
Connaître et utiliser les relations entre unités simples, dixièmes et centièmes
Placer une fraction décimale sur une demi-droite graduée et repérer un point d'une demi-droite graduée par une fraction décimale
Écrire une fraction décimale supérieure à 1 comme la somme d'un nombre entier et d'une fraction décimale inférieure à 1
Écrire une fraction décimale supérieure à 1 comme la somme d'un nombre entier et de fractions décimales ayant un numérateur inférieur à 10
Comparer, encadrer, intercaler des fractions décimales en utilisant les symboles =, < et >
Ordonner des fractions décimales dans l'ordre croissant ou décroissant
Passer d'une écriture sous forme d'une fraction décimale ou d'une somme de fractions décimales à une écriture à virgule et réciproquement
Interpréter, représenter, écrire et lire des nombres décimaux (écriture à virgule)
Placer un nombre décimal en écriture à virgule sur une demi-droite graduée et repérer un point d'une demi-droite graduée par un nombre décimal
Savoir donner la partie entière et l'arrondi à l'entier d'un nombre décimal
Comparer, encadrer, intercaler, ordonner, par ordre croissant ou décroissant, des nombres décimaux donnés par leur écriture à virgule en utilisant les symboles =, < et >

Le calcul mental

L'enseignement du calcul mental au cours moyen est constitué de trois types d'apprentissages :
- mémoriser des faits numériques qui peuvent être restitués de façon quasi instantanée ;
- utiliser les connaissances sur la numération pour effectuer rapidement des calculs, en s'appuyant notamment sur la position des chiffres dans les nombres ;
- maîtriser des procédures de calcul mental efficaces qui seront progressivement automatisées.

Certaines procédures de calcul mental peuvent nécessiter de garder des résultats intermédiaires en mémoire, ce qui peut être difficile pour certains élèves. Ceux-ci sont alors encouragés, au début des apprentissages, à noter par écrit ces résultats intermédiaires, puis à alléger progressivement le recours à l'écrit, jusqu'à s'en libérer totalement dès qu'ils n'en ont plus besoin.

Au cours moyen, la mémorisation des résultats des tables d'addition et de multiplication se poursuit avec une fluence qui se renforce tout au long de l'année scolaire.

Les procédures de calcul mental enseignées au cycle 2 sont utilisées tout au long de l'année, afin de renforcer leur automatisation.

Les procédures doivent être explicitées et donner lieu à une trace écrite. D'autres procédures peuvent être enseignées ou simplement rencontrées et présentées.

L'entraînement à une restitution rapide des résultats dans un climat serein et motivant aide les élèves à renforcer la mémorisation et l'automatisation des procédures.

Mémoriser des faits numériques

Objectifs d'apprentissage
Connaître des faits numériques usuels relatifs aux nombres entiers
Connaître quelques relations entre des fractions usuelles
Connaître l'écriture décimale de fractions usuelles

Utiliser ses connaissances en numération pour calculer mentalement

Objectifs d'apprentissage
Ajouter ou soustraire un nombre entier inférieur à 10, d'unités, de dizaines, de centaines, de dixièmes ou de centièmes à un nombre décimal, lorsqu'il n'y a pas de retenue
Multiplier un nombre entier par 10, 100 ou 1 000
Multiplier un nombre décimal par 10
Diviser un nombre décimal par 10

Apprendre des procédures de calcul mental

Objectifs d'apprentissage
Ajouter ou soustraire 8, 9, 18, 19, 28, 29, 38 ou 39, à un nombre
Multiplier un nombre entier inférieur à 10 par un nombre entier de dizaines ou de centaines
Multiplier un nombre entier par 4 ou par 8
Multiplier un nombre entier par 5
Utiliser la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition dans des cas simples

Les quatre opérations

Les quatre opérations sont mobilisées au CM1 lors de la résolution de problèmes, qui permet de donner du sens aux opérations. Cette partie entretient également, de façon naturelle, un lien fort avec les autres parties du programme relatives aux nombres, aux grandeurs et au calcul mental.

Des additions, des soustractions et des multiplications posées sont régulièrement utilisées dès le début de l'année, quand les nombres en jeu le justifient. Cependant, les élèves sont encouragés à privilégier le calcul mental à chaque fois que celui-ci est envisageable.

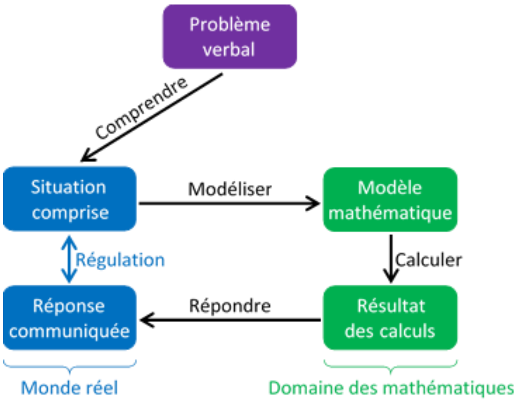
La commutativité de la multiplication est à nouveau explicitée lorsqu'elle est mobilisée.

Au cours moyen, les élèves ne disposent pas de calculatrice personnelle. Des calculatrices peuvent être distribuées par l'enseignant pour certaines activités et à certains élèves, lorsque le professeur estime que cette mise à disposition peut être utile.

Objectifs d'apprentissage
Estimer le résultat d'une opération
Savoir effectuer un calcul contenant des parenthèses
Poser en colonnes et effectuer des additions et des soustractions de nombres décimaux
Poser et effectuer des multiplications de deux nombres entiers
Poser et effectuer des multiplications d'un nombre décimal par un nombre entier inférieur à 10
Poser et effectuer des divisions euclidiennes avec un diviseur à un chiffre

La résolution de problèmes

La résolution de problèmes arithmétiques fait l'objet d'un enseignement explicite qui vise à développer l'aptitude des élèves à résoudre des problèmes de manière autonome. Cet enseignement s'appuie sur le modèle de résolution de problèmes en quatre phases synthétisé par le schéma ci-dessous. Il constitue notamment un outil utile à l'enseignant pour identifier la ou les éventuelles étapes de la résolution sur lesquelles un élève est en difficulté :



La phase « Comprendre » est particulièrement importante. Pour être en mesure de résoudre un problème, l'élève doit avoir saisi finement à la fois le sens de l'énoncé et celui de la question posée. Cette compréhension est vérifiable à travers la reformulation de « l'histoire » du problème, par l'élève lui-même, en utilisant ses propres mots. L'enseignant veille à ce que les élèves n'automatisent pas la reconnaissance d'une opération à effectuer à partir de termes de l'énoncé, en proposant régulièrement des problèmes dont l'énoncé contient des termes qui n'induisent pas l'opération attendue, par exemple, des énoncés comportant le mot « plus » alors que l'opération à effectuer est une soustraction.

La phase « Modéliser » conduit l'élève à identifier la ou les opérations qu'il va devoir effectuer pour trouver le résultat cherché. Au cours moyen, seuls les élèves qui en ont besoin continuent de manipuler du matériel tangible. Tous les élèves continuent à utiliser, quand cela les aide, des représentations schématiques afin d'identifier le modèle mathématique en jeu.

Au CM1, la phase « Calculer » peut être traitée de différentes façons selon les outils dont disposent les élèves au moment où est proposé le problème : le calcul mental et le calcul posé sont les modalités privilégiées.

La phase « Répondre » conduit à quitter le domaine des mathématiques pour revenir au problème initialement posé en communiquant une solution. Cette phase est importante et doit être mise en lien avec la « Régulation » qui permet d'adopter une attitude critique sur le résultat trouvé. Cette attitude se manifeste notamment par des questions du type : « Le nombre de jetons rouges trouvé est inférieur au nombre de jetons verts, est-ce possible ? », « Le nombre de jetons rouges trouvé est supérieur au nombre total de jetons, est-ce possible ? », ou des questions relatives à la vraisemblance du résultat trouvé : « 4,5 m pour la longueur d'une voiture, est-ce que cela est plausible ? », « 800 km entre Paris et New-York, est-ce que cela semble possible ? ». L'élève doit apprendre à se poser systématiquement ce type de questions.

Les données des problèmes proposés aux élèves sont dans le champ numérique maîtrisé au CM1, à savoir les nombres entiers jusqu'à 999 999, les nombres décimaux et les fractions. Le champ numérique dépend cependant fortement de la structure mathématique du problème : plus celle-ci est complexe, plus le champ numérique doit être réduit afin d'éviter une surcharge cognitive et de permettre aux élèves de se concentrer sur la structure du problème.

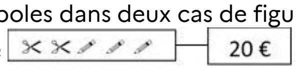
Les élèves doivent traiter au moins 10 problèmes par semaine, une partie d'entre eux pouvant être des problèmes élémentaires, à l'énoncé bref, proposés oralement, la réponse étant simplement notée sur l'ardoise.

Au cours de l'année, les élèves doivent apprendre à résoudre des problèmes dont les structures sont répertoriées dans le programme. Cependant, des problèmes relevant d'autres structures peuvent également être proposés tout au long de l'année.

Objectifs d'apprentissage
Résoudre des problèmes additifs en une étape des types « parties-tout » et « comparaison »
Résoudre des problèmes additifs en deux ou trois étapes
Résoudre des problèmes multiplicatifs de type « parties-tout » en une étape
Résoudre des problèmes de comparaison multiplicative
Résoudre des problèmes mixtes en deux ou trois étapes
Résoudre des problèmes de dénombrement
Résoudre des problèmes d'optimisation

Algèbre

L'objectif de cette sous-partie est d'initier les élèves à la « pensée algébrique » et en particulier de développer leur capacité à résoudre des problèmes en raisonnant sur des nombres sans connaître leur valeur. Les élèves apprennent à désigner ces nombres par des symboles ou par des lettres et à raisonner en écrivant avec ces symboles des relations mathématiques. Ils sont aussi amenés à identifier et à généraliser des structures, notamment dans le cadre de suites de motifs ou de suites de nombres ou de symboles en exprimant la relation entre deux éléments consécutifs ou entre le rang d'un élément et la valeur associée.

Les nombres dont la valeur n'est pas connue peuvent être représentés par des symboles dans deux cas de figure. D'une part dans des situations où on cherche à trouver leur valeur. Par exemple, on peut écrire 

pour traduire que 2 paires de ciseaux et 3 stylos coûtent 20 euros. D'autre part, dans des situations où le symbole a un caractère générique et représente différentes valeurs que le nombre peut prendre ; par exemple, si on achète des tee-shirts à 12 € et si le coût de la livraison est 5 € alors, quel que soit le nombre de tee-shirts achetés, le prix à payer, en euro, peut s'écrire (N × 12) + 5, où N est le nombre de tee-shirts achetés. Des relations faisant intervenir des nombres inconnus peuvent aussi être représentées par des schémas en barre dans le cadre de la résolution de problèmes.

Le travail mené conduit à étendre le sens du signe « = » : il n'est pas simplement un symbole placé entre une opération et son résultat. Il peut être placé entre deux expressions qui sont égales, ce qui conduit notamment à faire poindre la notion d'équation, comme dans l'égalité à compléter suivante : « 178 – ... = 6 × 8 ».

Objectifs d'apprentissage
Trouver le nombre manquant dans une égalité à trous
Déterminer la valeur d'un nombre inconnu en utilisant un symbole ou une lettre pour le représenter
Résoudre des problèmes algébriques
Exécuter un programme de calcul
Identifier et formuler une règle de calcul pour poursuivre une suite de nombres
Identifier des régularités et poursuivre une suite de motifs évolutive

Cours moyen deuxième année

Les nombres entiers

Au CM2, la compréhension des aspects décimal (base dix) et positionnel (la valeur d'un chiffre dépend de sa position) de la numération se renforce et s'étend avec l'introduction de trois nouveaux rangs dans l'écriture chiffrée : ceux des millions, des dizaines de millions et des centaines de millions. Ainsi, les connaissances et les savoir-faire attendus en fin de CM2 concernent les nombres s'écrivant avec au plus neuf chiffres. Toutefois, afin de privilégier en début d'année le travail sur les fractions et les nombres décimaux, les nombres entiers rencontrés pendant les deux premières périodes de l'année seront ceux qui ont été étudiés au CM1 et qui s'écrivent avec au plus six chiffres.

La connaissance des notions de diviseur et de multiple est renforcée en vue de leur utilisation lors de travaux sur les fractions (comparaison de fractions, additions et soustractions). Seuls les critères de divisibilité par 2, 5 et 10 figurent au programme. Dans les autres cas, les élèves s'appuient sur la connaissance des tables de multiplication ou effectuent des divisions ou des multiplications.

Objectifs d'apprentissage
Connaître et utiliser les relations entre les unités de numération
Connaître la suite écrite et la suite orale des nombres jusqu'à 999 999 999
Connaître et utiliser diverses représentations d'un nombre et passer de l'une à l'autre
Connaître la valeur des chiffres en fonction de leur position dans un nombre
Comparer, encadrer, intercaler des nombres entiers en utilisant les symboles =, < et >
Ordonner des nombres dans l'ordre croissant ou décroissant
Placer des nombres et repérer des points sur une demi-droite graduée
Déterminer si un nombre entier inférieur ou égal à 10 est un diviseur d'un nombre entier donné ou si un nombre entier donné est un multiple d'un nombre entier inférieur ou égal à 10
Déterminer des diviseurs d'un nombre entier inférieur ou égal à 100
Déterminer tous les diviseurs d'un nombre entier inférieur ou égal à 30
Déterminer les diviseurs communs à deux nombres entiers inférieurs ou égaux à 30
Déterminer des multiples communs à deux nombres entiers inférieurs à 15

Les fractions

Au CM2 les élèves renforcent les connaissances et les savoir-faire acquis les années précédentes.

Les fractions sont utilisées avec différents sens :
- comme au CE1, les fractions sont utilisées pour représenter une partie d'un tout dans le cadre d'un partage de ce tout en parts égales, la fraction étant alors le rapport entre la partie et le tout ;
- dans la continuité du CE2, les fractions sont utilisées pour mesurer des grandeurs, lorsque les nombres entiers ne sont pas suffisants ;
- comme au CM1, le repérage de points sur une demi-droite graduée par des fractions contribue à donner aux fractions le statut de nombres qui s'intercalent entre les nombres entiers déjà connus ;

— les fractions ont également le statut d'opérateur multiplicatif : au CM2, les élèves apprennent à calculer des fractions de quantités ou de grandeurs comme deux tiers de 12 € ou trois quarts de 100 mètres.

Dans la continuité du CM1, les élèves travaillent avec des fractions dès la période 1 et les utilisent tout au long de l'année scolaire.

Les fractions rencontrées au CM2 ont toutes un dénominateur inférieur ou égal à 60, hormis les fractions décimales qui peuvent avoir un dénominateur égal à 100 ou à 1 000.

Objectifs d'apprentissage
Interpréter, représenter, écrire et lire des fractions
Écrire une fraction supérieure à 1 comme la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1
Écrire la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 comme une unique fraction
Encadrer une fraction entre deux nombres entiers consécutifs
Placer une fraction ou la somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à un sur une demi-droite graduée
Repérer un point d'une demi-droite graduée par une fraction ou par la somme d'un nombre entier et d'une fraction
Comparer des fractions
Additionner et soustraire des fractions
Calculer le produit d'un entier et d'une fraction
Déterminer une fraction d'une quantité ou d'une grandeur

Les nombres décimaux

Au CM1, l'écriture à virgule a été présentée comme un codage conventionnel de la décomposition d'un nombre sous forme d'une somme de fractions décimales : l'écriture décimale 35,78 a été introduite comme un codage destiné à simplifier l'écriture du nombre $35 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100}$. L'étude des nombres décimaux y est limitée aux dixièmes et aux centièmes.

Au CM2, des nombres décimaux sont rencontrés dès la période 1 dans la continuité du travail mené au CM1 aussi bien par des écritures fractionnaires que des écritures à virgule. L'étude des nombres décimaux s'étend aux millièmes.

Cette section du programme entretient des liens forts avec :
- la partie « Grandeurs et mesures » où les nombres décimaux sont largement utilisés ;
- les sous-parties « Calcul mental » et « Les quatre opérations » où sont présentées des compétences calculatoires que doivent développer les élèves sur les nombres décimaux ;
- la sous-partie « Résolution de problèmes » où les nombres décimaux prennent tout leur sens.

Objectifs d'apprentissage
Interpréter, représenter, écrire et lire des fractions décimales
Connaître et utiliser les relations entre unités simples, dixièmes, centièmes et millièmes
Placer une fraction décimale sur une demi-droite graduée et repérer un point d'une demi-droite graduée par une fraction décimale
Écrire une fraction décimale supérieure à 1 comme la somme d'un nombre entier et d'une fraction décimale inférieure à 1
Écrire une fraction décimale supérieure à 1 comme la somme d'un nombre entier et de fractions décimales ayant un numérateur inférieur à 10
Comparer, encadrer, intercaler des fractions décimales en utilisant les symboles =, < et >
Ordonner des fractions décimales dans l'ordre croissant ou décroissant
Passer d'une écriture sous forme d'une fraction décimale ou de la somme de fractions décimales à une écriture à virgule et réciproquement
Interpréter, représenter, écrire et lire des nombres décimaux (écriture à virgule)
Placer un nombre décimal en écriture à virgule sur une demi-droite graduée et repérer un point d'une demi-droite graduée par un nombre en écriture à virgule
Savoir donner la partie entière et l'arrondi à l'entier d'un nombre décimal
Comparer, encadrer, intercaler, ordonner par ordre croissant ou décroissant des nombres décimaux donnés par leur écriture à virgule en utilisant les symboles =, < et >

Le calcul mental

L'enseignement du calcul mental au cours moyen est constitué de trois types d'apprentissages :
- mémoriser des faits numériques qui peuvent être restitués de façon quasi instantanée ;
- utiliser les connaissances sur la numération pour effectuer rapidement des calculs, en s'appuyant notamment sur la position des chiffres dans les nombres ;
- maîtriser des procédures de calcul mental efficaces qui seront progressivement automatisées.

Au cours moyen, la mémorisation des résultats des tables d'addition et de multiplication se poursuit avec une fluence qui se renforce tout au long de l'année scolaire.

Les procédures de calcul mental enseignées au cycle 2 et au CM1 sont utilisées tout au long de l'année, afin de renforcer leur automatisation.

Les procédures doivent être explicitées et donner lieu à une trace écrite. L'entraînement à une restitution rapide des résultats, dans climat serein et motivant aide les élèves à renforcer la mémorisation et l'automatisation des procédures.

Il est par ailleurs préférable que cet entraînement soit détaché de toute pression évaluative.

Mémoriser des faits numériques

Objectifs d'apprentissage
Connaître des faits numériques usuels avec des entiers
Connaître la moitié des nombres impairs jusqu'à 15
Connaître quelques relations entre des fractions usuelles
Connaître l'écriture décimale de fractions usuelles

Utiliser ses connaissances en numération pour calculer mentalement

Objectifs d'apprentissage
Ajouter ou soustraire un nombre entier à un nombre décimal lorsqu'il n'y a pas de retenue
Ajouter un nombre entier à un nombre décimal lorsqu'il y a une retenue
Multiplier un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000
Diviser un nombre décimal par 10, 100 ou 1 000

Apprendre des procédures de calcul mental

Objectifs d'apprentissage
Ajouter deux nombres décimaux inférieurs à 10, s'écrivant avec au plus un chiffre après la virgule
Ajouter ou soustraire 8, 9, 18, 19, 28, 29, …, 98 ou 99 à un nombre
Multiplier un nombre entier, inférieur à 10, de dizaines, de centaines ou de milliers par un nombre entier, inférieur à 10, de dizaines, de centaines ou de milliers
Utiliser la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition dans des cas simples
Calculer le double d'un nombre décimal dans des cas simples
Calculer la moitié d'un nombre décimal dans des cas simples
Diviser un nombre entier par 4 ou par 8
Multiplier un nombre décimal par 5
Multiplier un nombre décimal par 50

Les quatre opérations

Les quatre opérations sont mobilisées au CM2 lors de la résolution de problèmes, qui permet de donner du sens aux opérations. Cette partie entretient également, de façon naturelle, un lien fort avec les autres parties du programme relatives aux nombres, aux grandeurs et au calcul mental.

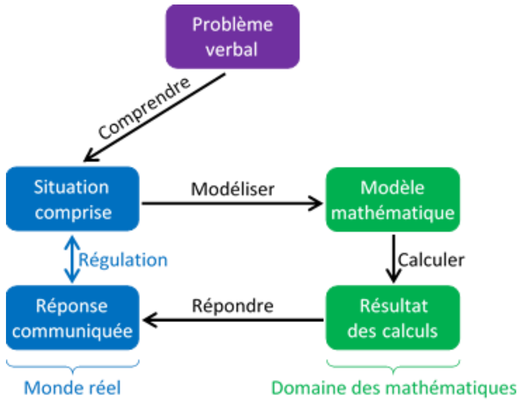
Des additions, des soustractions, des multiplications et des divisions euclidiennes posées sont régulièrement utilisées dès le début de l'année, quand les nombres en jeu le justifient. Cependant, les élèves sont encouragés à privilégier le calcul mental à chaque fois que celui-ci est envisageable.

Au cours moyen, les élèves ne disposent pas de calculatrice personnelle. Des calculatrices peuvent cependant être distribuées par l'enseignant pour certaines activités et à certains élèves, lorsque le professeur estime que cette mise à disposition peut être utile.

Objectifs d'apprentissage
Estimer le résultat d'une opération
Savoir réaliser un calcul contenant une ou deux paires de parenthèses
Poser et effectuer la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier
Poser et effectuer des divisions décimales avec un dividende entier et un diviseur à un chiffre
Poser et effectuer des divisions décimales avec un dividende décimal et un diviseur à un chiffre

La résolution de problèmes

La résolution de problèmes arithmétiques fait l'objet d'un enseignement explicite qui vise à développer l'aptitude des élèves à résoudre des problèmes de manière autonome. Cet enseignement s'appuie sur le modèle de la résolution de problèmes en quatre phases, synthétisé par le schéma ci-dessous. Il constitue notamment un outil utile à l'enseignant pour identifier la ou les éventuelles étapes de la résolution sur lesquelles un élève est en difficulté :



La phase « Comprendre » est particulièrement importante. Pour être en mesure de résoudre un problème, l'élève doit avoir saisi finement à la fois le sens de l'énoncé et celui de la question posée. Cette compréhension est vérifiable à travers la reformulation de « l'histoire » du problème, par l'élève lui-même, en utilisant ses propres mots. L'enseignant veille à ce que les élèves n'automatisent pas la reconnaissance d'une opération à effectuer à partir de termes de l'énoncé, en proposant régulièrement des problèmes dont l'énoncé contient des termes qui n'induisent pas l'opération attendue, par exemple, des énoncés comportant le mot « plus » alors que l'opération à effectuer est une soustraction.

La phase « Modéliser » conduit l'élève à identifier la ou les opérations qu'il va devoir effectuer pour trouver le résultat cherché. Au cours moyen, seuls les élèves qui en ont besoin continuent de manipuler du matériel tangible. Tous les élèves continuent à utiliser, quand cela les aide, des représentations schématiques afin d'identifier le modèle mathématique en jeu.

Au CM1, la phase « Calculer » peut être traitée de différentes façons selon les outils dont disposent les élèves au moment où est proposé le problème : le calcul mental et le calcul posé sont les modalités privilégiées.

La phase « Répondre » conduit à quitter le domaine des mathématiques pour revenir au problème initialement posé en communiquant une solution. Cette phase est importante et doit être mise en lien avec la « Régulation » qui permet d'adopter une attitude critique sur le résultat trouvé. Cette attitude se manifeste notamment par des questions du type : « Le nombre de jetons rouges trouvé est inférieur au nombre de jetons verts, est-ce possible ? », « Le nombre de jetons rouges trouvé est supérieur au nombre total de jetons, est-ce possible ? », ou des questions relatives à la vraisemblance du résultat trouvé : « 4,5 m pour la longueur d'une voiture, est-ce que cela est plausible ? », « 800 km entre Paris et New-York, est-ce que cela semble possible ? ». L'élève doit apprendre à se poser systématiquement ce type de questions.

Les données des problèmes proposés aux élèves sont dans le champ numérique maîtrisé au CM2, à savoir les nombres entiers jusqu'à 999 999 999, les nombres décimaux et les fractions. Le champ numérique dépend cependant fortement de la structure mathématique du problème : plus celle-ci est complexe, plus le champ numérique doit être réduit afin d'éviter une surcharge cognitive et permettre aux élèves de se concentrer sur la structure du problème.

Les élèves doivent traiter au moins 10 problèmes par semaine, une partie d'entre eux pouvant être des problèmes élémentaires, à l'énoncé bref, proposés oralement, la réponse étant simplement notée sur l'ardoise.

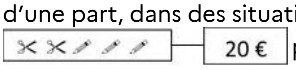
Au cours de l'année, les élèves doivent apprendre à résoudre des problèmes dont les structures sont répertoriées dans le programme. Cependant, des problèmes relevant d'autres structures peuvent également être proposés tout au long de l'année.

Objectifs d'apprentissage
Résoudre des problèmes additifs en une ou plusieurs étapes
Résoudre des problèmes multiplicatifs de type « parties-tout » en une étape
Résoudre des problèmes mixtes en plusieurs étapes
Résoudre des problèmes de comparaison multiplicative
Résoudre des problèmes de dénombrement
Résoudre des problèmes d'optimisation
Résoudre des problèmes préparant à l'utilisation d'algorithmes

Algèbre

L'objectif de cette sous-partie est d'initier les élèves à la « pensée algébrique » et en particulier de développer leur capacité à résoudre des problèmes en raisonnant sur des nombres sans connaître leur valeur. Les élèves apprennent à désigner ces nombres par des symboles ou par des lettres et à raisonner en écrivant avec ces symboles des relations mathématiques. Ils sont aussi amenés à identifier et à généraliser des structures, notamment dans le cadre de suites de motifs ou de suites de nombres ou de symboles en exprimant la relation entre deux éléments consécutifs ou entre le rang d'un élément et la valeur associée.

Les nombres dont la valeur n'est pas connue peuvent être représentés par un symbole dans deux cas de figure :

- d'une part, dans des situations où on cherche à trouver leur valeur. Par exemple, on peut utiliser la représentation 

pour traduire que 2 paires de ciseaux et 3 stylos coûtent 20 euros ;
- d'autre part, dans des situations où le symbole a un caractère générique et représente différentes valeurs que le nombre peut prendre. Par exemple, si on achète des tee-shirts à 12 € et si le coût de la livraison est 5 €, alors quel que

soit le nombre de tee-shirts achetés, le prix à payer, en euro, peut s'écrire ($N \times 12$) + 5, où N est le nombre de tee-shirts achetés. Des relations faisant intervenir des nombres inconnus peuvent aussi être représentées par des schémas en barre dans le cadre de la résolution de problèmes.

Le travail mené conduit à étendre le sens du signe « = » : il n'est pas simplement un symbole placé entre une opération et son résultat. Il peut être placé entre deux expressions qui sont égales, ce qui conduit notamment à faire poindre la notion d'équation, comme dans l'égalité à compléter suivante : « 178 – … = 6 × 8 ».

Objectifs d'apprentissage
Trouver le nombre manquant dans une égalité à trous
Résoudre des problèmes algébriques
Exécuter ou produire un programme de calcul
Identifier et formuler une règle de calcul pour poursuivre une suite de nombres
Identifier des régularités et poursuivre une suite de motifs évolutive
Trouver le nombre d'éléments pour une étape donnée dans une suite de motifs évolutive

Sixième

Les nombres entiers et décimaux

En classe de 6e, l'étude des nombres et des opérations vise le double objectif d'élargir la compréhension de ces concepts et de développer des compétences en résolution de problèmes. Pour cela, les professeurs adoptent ainsi les stratégies pédagogiques qu'ils jugent les plus adaptées pour favoriser les progrès et la réussite des élèves.

À l'école élémentaire, l'élève a étudié les principes de la numération décimale de position et les a appliqués aux nombres entiers jusqu'aux centaines de millions. En classe de 6e, le milliard est introduit, en lien avec les champs « Organisation et gestion de données » et « Grandeurs et mesures », où des activités peuvent mobiliser de très grands nombres, par exemple dans le cadre de la démographie ou de distances dans l'Univers.

En classe de 6e, l'élève consolide sa compréhension des nombres décimaux et utilise leurs différentes écritures apprises au cours moyen. À celles-ci vient s'ajouter l'écriture sous forme de pourcentage.

Par le biais d'activités rituelles de calcul et la verbalisation de procédures, l'élève mémorise des connaissances et des procédures en vue de leur automatisation.

Le sens des opérations étudiées au cours moyen s'élargit avec l'introduction de la multiplication de deux nombres décimaux. Cette notion requiert de dépasser la conception de la multiplication comme une addition itérée. La compréhension du nouveau sens ainsi attribué à la multiplication gagne, dans un premier temps, à prendre appui sur le calcul de l'aire d'un rectangle et de conversions d'unités. Dans un deuxième temps, l'élève apprend à décomposer les nombres pour se ramener au produit de deux nombres entiers et à appliquer les propriétés de commutativité et d'associativité de la multiplication. Même si leur nom n'est pas mentionné par le professeur, celui-ci doit les expliciter au début de l'apprentissage, et au-delà si nécessaire. Dans un troisième temps, l'élève automatise le positionnement de la virgule dans le résultat de la multiplication. Le recours systématique à un ordre de grandeur lui permet de contrôler le résultat.

Les différents sens de la division (division partition pour calculer la valeur d'une part et division quotition pour calculer le nombre de parts égales) sont mobilisés dans le cadre de la résolution de problèmes, en complément avec le travail de la technique de la division posée (division euclidienne et division décimale), dans des cas simples précisés dans le programme. Lors de la résolution d'un problème mettant en jeu des nombres dépassant ce cadre, l'élève peut utiliser une calculatrice.

Automatismes

L'élève restitue de manière automatique les résultats suivants, relatifs aux relations entre $\frac{1}{1\,000}$; $\frac{1}{100}$; $\frac{1}{10}$ et 1 :
$1 = \frac{10}{10} = \frac{100}{100} = \frac{1\,000}{1\,000}$; $\frac{1}{10} = \frac{10}{100} = \frac{100}{1\,000}$; $\frac{1}{100} = \frac{10}{1\,000}$; $1 = 10 \times \frac{1}{10} = 100 \times \frac{1}{100}$; $\frac{1}{10} = 10 \times \frac{1}{100}$.

L'élève restitue de manière automatique les équivalences d'écriture suivantes : $\frac{1}{10} = 0{,}1$; $\frac{1}{100} = 0{,}01$; $\frac{1}{1\,000} = 0{,}001$.

L'élève passe de manière automatique d'une écriture sous forme de fraction décimale ou de somme de fractions décimales à une écriture décimale, et inversement.

Par exemple, il sait que les écritures $\frac{4\,107}{1\,000}$; $4 + \frac{107}{1\,000}$; $4 + \frac{1}{10} + \frac{7}{1\,000}$; 4,107, représentent le même nombre.

L'élève applique de manière automatique la procédure de multiplication d'un nombre décimal par 1, par 10, par 100 ou par 1 000, en lien avec la numération.

Il applique de manière automatique la procédure de division d'un nombre décimal par 1, par 10, par 100 ou par 1 000.

Jusqu'à l'automatisation de ces connaissances et de ces procédures, et selon les besoins des élèves, la manipulation d'un outil du type « glisse-nombres » peut compléter la verbalisation en termes d'unités de numération.

Connaissances et capacités attendues

Objectifs d'apprentissage
Connaître et utiliser la valeur des chiffres selon leur rang dans l'écriture d'un nombre
Connaître les liens entre les unités de numération unité, dizaine, centaine, millier, dixième, centième, millième
Connaître des grands nombres entiers
Reconnaître un nombre décimal
Connaître la définition d'un pourcentage
Associer et utiliser différentes écritures d'un nombre décimal : écriture à virgule, fraction, nombre mixte, pourcentage
Placer sur une demi-droite graduée un point dont l'abscisse est un nombre décimal
Repérer un nombre décimal sur une demi-droite graduée
Comparer deux nombres décimaux
Ordonner une liste de nombres décimaux
Donner la valeur arrondie à l'unité, au dixième ou au centième, d'un nombre décimal
Déterminer ou connaître la valeur arrondie de certains nombres non décimaux
Encadrer un nombre décimal par deux nombres décimaux, intercaler un nombre décimal entre deux nombres décimaux
Additionner et soustraire des nombres décimaux
Multiplier un nombre entier ou un nombre décimal par 0,1, par 0,01, et par 0,001
Connaître le lien avec la division par 10, 100 et par 1 000
Comprendre le sens de la multiplication de deux nombres décimaux
Calculer le produit de deux nombres décimaux
Contrôler les résultats à l'aide d'ordres de grandeur
Résoudre des problèmes mettant en jeu des multiplications entre des nombres décimaux
Diviser un nombre décimal par un nombre entier non nul inférieur à 10
Résoudre des problèmes mettant en jeu des divisions décimales
Effectuer la division euclidienne d'un nombre entier par un nombre entier inférieur à 100
Résoudre des problèmes mettant en jeu des divisions euclidiennes

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

Des activités fondées sur l'histoire des mathématiques permettent à l'élève de renforcer sa culture générale et de prendre du recul sur ses connaissances des nombres entiers ou décimaux.

Par exemple :

- la découverte d'écritures des nombres à partir de lettres ou de dessins : numérations acrophoniques grecque, romaine, hiéroglyphique égyptienne ;
- la découverte d'algorithmes opératoires, développés dans plusieurs traditions mathématiques, comme la multiplication par jalousies ou en tableau ;
- la manipulation d'abaques à jetons ou de bouliers pour remobiliser le principe de la numération et la notion de « base de numération » ;
- la découverte de la numération sexagésimale paléo-babylonienne, qui repose sur les mêmes principes mathématiques que le système utilisé pour exprimer des durées en heures, minutes et secondes. Le passage de ce système de numération au système décimal (et vice versa) est un autre contexte que celui des durées pour travailler la division euclidienne ;
- la découverte de l'écriture des nombres décimaux utilisée par Simon Stevin de Bruges pour illustrer le lien entre numération décimale et fractions décimales.

Les fractions

Tout au long de la classe de 6^{e}, l'étude des fractions s'intègre à la résolution de problèmes, permettant ainsi de concrétiser le sens de quotient attribué à cette notion.

L'étude des fractions à l'école élémentaire, débutant dès le CE1, s'est appuyée sur des manipulations et des représentations variées pour familiariser l'élève avec plusieurs des sens qui sont attribués à une fraction. Le premier sens, communément appelé « partie d'un tout », consiste à prendre un « tout » de référence (une pizza fictive, une bande de papier, un morceau de ficelle, etc.), à le partager en parts égales et à prendre un certain nombre de ces parts. Si cette conception est intuitive pour les élèves, elle présente des difficultés lorsqu'il s'agit d'aborder des fractions supérieures à 1.

Au CM1, les élèves ont appris que la fraction unitaire $\frac{1}{4}$ est considérée comme une nouvelle unité de mesure.

Une fraction comme $\frac{7}{4}$, est définie comme la somme $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$, ce qui nécessite de considérer sept quarts alors que l'unité de référence n'en contient que quatre. Si une bande de papier est graduée en quarts, toute fraction, inférieure ou supérieure à 1, correspond alors à un certain nombre de graduations : 3 graduations pour la fraction $\frac{3}{4}$ et 7 graduations pour la fraction $\frac{7}{4}$. Cette conception « mesure » de la fraction permet également de mieux appréhender le produit d'un entier par une fraction comme $7 \times \frac{1}{4}$.

En classe de 6e, la fraction acquiert un nouveau sens : celui de quotient. L'objectif est de faire comprendre aux élèves qu'une fraction, par exemple $\frac{3}{4}$, ne représente pas seulement 3 quarts d'une unité de référence, mais aussi le quart de 3, considéré comme « tout » à diviser en 4 parts égales. Ce sens de quotient, qui fait explicitement le lien avec la division, est introduit par des manipulations comme le partage d'une bande de papier ou d'un morceau de ficelle. Si ces manipulations sont simples pour des partages en 2, 3, 4, voire 6 ou 8 parties égales d'une bande de longueur 3 cm, elles deviennent plus complexes pour des divisions en 5, 7 ou 11 parts pour illustrer le sens quotient des fractions $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{3}{11}$. Les élèves peuvent alors utiliser un réseau de droites parallèles équidistantes, communément appelé « guide-âne ».

Ces manipulations et le lien avec la division permettent à l'élève de comprendre la définition du quotient d'un entier *a* par un entier *b* non nul et le nouveau sens de la fraction $\frac{a}{b}$. Cette définition est mobilisée dans la résolution d'égalités à trous, qui préfigurent celle de l'équation $a \times x = b$, ouvrant ainsi la voie à la pensée algébrique.

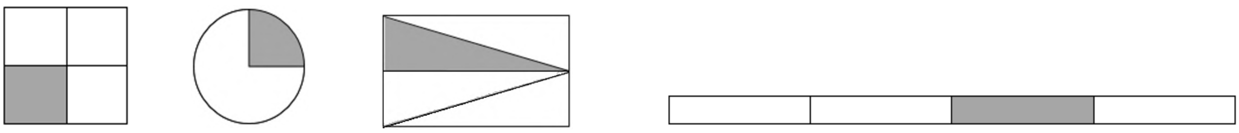
Les élèves, déjà familiarisés à l'écriture multiplicative $7 \times \frac{1}{4}$, comprennent qu'elle représente le même nombre que $\frac{1}{4} \times 7$, en référence à l'aire d'un rectangle dont les mesures, dans une unité donnée, sont 7 et $\frac{1}{4}$. Par ailleurs, une multiplication du type $\frac{1}{4} \times 7$ sert à exprimer le quart de 7, introduisant une autre conception de la fraction, celle d'opérateur multiplicatif. Cet autre sens a déjà été abordé au cours moyen où la fraction opérait sur une quantité.

En classe de 6e, la fraction opère également sur un nombre, notamment quand elle est exprimée sous forme de pourcentage. Parallèlement à l'approfondissement et à l'extension du sens attribué à une fraction, les techniques opératoires sont entretenues et, comme déjà mentionné, s'élargissent avec la multiplication entre une fraction et un entier. Dans la continuité du cours moyen, les élèves comparent des fractions, notamment en termes d'égalité.

Pour favoriser ces apprentissages, l'explicitation des procédures par le professeur et leur verbalisation par les élèves, l'utilisation de représentations variées et la mise à disposition de matériel de manipulation pour les élèves qui en ont besoin sont indispensables.

Automatismes

L'élève sait reconnaître une fraction sur des représentations variées, par exemple :



L'élève connaît des relations entre $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ et 1, et complète de manière automatique des « égalités à trous » du type : $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}= \ldots$; $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}= \ldots$; $1-\frac{1}{4}= \ldots$; $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}= \ldots$; $1-\frac{1}{2}= \ldots$; $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}= \ldots$; $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}= \ldots$; $\frac{3}{4}-\frac{1}{4}= \ldots$.

L'élève sait passer de manière automatique d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale, et inversement, dans les cas suivants : $\frac{1}{4} = 0{,}25$; $\frac{1}{2} = 0{,}5$; $\frac{3}{4} = 0{,}75$; $\frac{3}{2} = 1{,}5$; $\frac{4}{2} = 2$; $\frac{5}{2} = 2{,}5$.

Les notions de diviseur et de multiple et les tables de multiplication sont réactivées en vue de leur utilisation dans le calcul sur les fractions (simplification, addition et soustraction).

L'élève sait calculer $\frac{2}{3}$ de 12 œufs, $\frac{3}{4}$ de 10 m.

Connaissances et capacités attendues

Le sens quotient d'une fraction

Objectifs d'apprentissage
Relier une fraction au résultat exact de la division de son numérateur par son dénominateur
Comprendre et connaître la définition du quotient d'un entier *a* par un entier *b* non nul
Compléter des égalités à trous multiplicatives
Placer une fraction sur une demi-droite graduée dans des cas simples
Graduer un segment de longueur donnée
Savoir que la fraction $\frac{a}{b}$ peut représenter un nombre entier, un nombre décimal non entier ou un nombre non décimal

La fraction comme opérateur multiplicatif

En 6e, l'objectif est de faire opérer une fraction, non seulement sur une quantité ou sur une grandeur comme au cours moyen, mais également sur un nombre entier, ce qui constitue un niveau d'abstraction plus élevé.

Objectifs d'apprentissage
Utiliser une multiplication pour appliquer une fraction à un nombre entier

Comparer des fractions

Objectifs d'apprentissage
Établir des égalités de fractions
Comparer et encadrer des fractions
Ordonner une liste de nombres écrits sous forme de fractions ou de nombres mixtes

Effectuer des opérations sur les fractions

Objectifs d'apprentissage
Additionner et soustraire des fractions
Multiplier une fraction par un nombre entier
Résoudre des problèmes mettant en jeu des fractions
Inventer des problèmes mettant en jeu des fractions

Pourcentages

Objectifs d'apprentissage
Comprendre le sens d'un pourcentage
Calculer une proportion (rapport entre une partie et le tout) et l'exprimer sous forme de pourcentage dans des cas simples
Appliquer un pourcentage à une grandeur ou à un nombre

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

L'élève découvre les contextes historiques (impôt, héritage, cadastre) qui ont conduit à la notion de fraction ainsi que leurs différentes écritures avant l'utilisation de la barre de fraction.

Il comprend pourquoi une fraction a été appelée nombre rompu, nombre cassé ou encore nombre coupé.

Algèbre

En classe de 6ᵉ, la pensée algébrique est une approche qui pose les bases d'un raisonnement à la fois logique et abstrait, et permet aux élèves de commencer à s'éloigner des calculs numériques pour explorer des concepts plus généraux. Cette introduction reste ancrée dans des situations concrètes et visuelles, afin de rendre ces idées accessibles et progressives.

La pensée algébrique est une manière de réfléchir et de résoudre des problèmes mathématiques en utilisant des outils et des concepts qui ne nécessitent pas toujours la connaissance exacte des nombres. Elle consiste à raisonner sur les relations entre des quantités plutôt que sur les valeurs elles-mêmes.

Pour faciliter cette transition, les élèves utilisent des représentations visuelles et des outils qui rendent les concepts abstraits plus concrets, tels que les motifs évolutifs et les schémas en barre. Progressivement, les élèves passent d'un raisonnement purement concret à un raisonnement symbolique. Dans un premier temps, les quantités inconnues sont exprimées à l'aide de mots, de dessins ou éventuellement de lettres. Ce n'est qu'au cycle 4 que les lettres seront introduites de manière formelle. Ce passage à l'abstraction doit se faire avec soin, car il n'est pas un objectif prioritaire en 6ᵉ. La pensée algébrique ne se limite pas à un domaine spécifique : elle irrigue l'ensemble du programme de mathématiques. Elle est mobilisée dans des situations variées.

Résoudre des problèmes mettant en jeu des nombres inconnus

Objectifs d'apprentissage
Utiliser des modèles pré-algébriques pour résoudre des problèmes algébriques
Identifier la structure d'un motif évolutif en repérant une régularité et en identifiant une structure

Grandeurs et mesures

Cours moyen première année

Le travail sur les grandeurs et les mesures est mené dans la continuité de ce qui a été fait au cycle 2.

Les longueurs, les masses et les contenances permettent de nourrir le travail mené sur les fractions et les nombres décimaux. Ces nombres permettent en effet de mesurer des grandeurs quand les entiers ne suffisent plus.

Les connaissances et les savoir-faire sur les mesures de longueur, de masse et de contenance sont réinvestis dans le cadre de l'enseignement de la résolution de problèmes, notamment de ceux qui relèvent de la proportionnalité. L'estimation de longueurs, de masses et de contenances contribue à développer un regard critique sur les résultats obtenus lors de la résolution de problèmes pour valider la vraisemblance des résultats trouvés.

Les connaissances et les savoir-faire sur les longueurs sont également mobilisés en géométrie plane lors de constructions.

Un tableau peut être utilisé pour présenter les différentes unités multiples et sous-multiples du mètre, du gramme ou du litre et leurs relations, par exemple, les unités de masse allant du milligramme à la tonne. Cependant, au cours moyen, les élèves n'utilisent pas de tableaux pour effectuer des conversions ; ils s'appuient sur les relations connues entre les unités en jeu, comme par exemple : « 3,5 mètres est égal à 350 centimètres, car 1 mètre est égal à 100 centimètres. ». Les tâches de conversion contribuent ainsi à renforcer la compréhension et la maîtrise de la numération décimale.

L'aire est introduite au CM1, en suivant la même progressivité que pour les autres grandeurs au cycle 2 : les élèves abordent cette notion en comparant des surfaces selon leur aire sans utiliser de mesures, puis ils apprennent à déterminer des aires en utilisant une unité et un quadrillage.

Il n'est pas attendu de mémorisation de formules de périmètres ou d'aires de figures planes au CM1, l'enseignement privilégiant l'acquisition de leur sens et la détermination de mesures s'appuyant sur des pavages. Cependant, les élèves peuvent établir eux-mêmes des règles de calcul et les utiliser, comme par exemple le fait que le périmètre d'un carré est le quadruple de la longueur de l'un de ses côtés.

Au cycle 2, les élèves ont commencé à évoquer les angles dans le cadre de travaux sur les polygones en parlant d'angle droit. Au CM1, le travail sur la grandeur « angle » se généralise en comparant des angles. Au cours moyen, les élèves ne travaillent qu'avec des angles saillants.

Le travail sur le repérage dans le temps et sur les durées s'appuie sur ce qui a été mené au cycle 2 et vise une parfaite compréhension des unités que sont les heures et les minutes et des relations qui les lient. Des problèmes en une ou plusieurs étapes, utilisant des ressources variées, sont proposés régulièrement pour renforcer l'aptitude à effectuer des calculs avec les unités « heure » et « minute ».

Les longueurs

Objectifs d'apprentissage
Connaître et utiliser les unités de longueur du millimètre au kilomètre et les symboles associés
Connaître les relations entre les unités de longueur
Choisir une unité adaptée pour exprimer une longueur
Comparer des longueurs
Disposer de quelques longueurs de référence
Estimer la longueur d'un objet ou d'une distance
Savoir ce qu'est le périmètre d'une figure plane
Déterminer le périmètre d'un polygone en utilisant une règle graduée
Résoudre des problèmes mettant en jeu les longueurs des côtés d'un polygone et son périmètre

Les masses

Objectifs d'apprentissage
Connaître et utiliser les unités de masse du milligramme au kilogramme et la tonne, et les symboles associés
Connaître les relations entre les unités de masse
Choisir une unité adaptée pour exprimer une masse
Comparer des masses
Disposer de quelques masses de référence
Estimer la masse d'un objet

Les contenances

Objectifs d'apprentissage
Connaître et utiliser les unités de contenance du millilitre à l'hectolitre et les symboles associés
Connaître les relations entre les unités de contenance
Choisir une unité adaptée pour exprimer une contenance
Comparer des contenances

Les aires

Objectifs d'apprentissage
Comparer les aires de différentes figures planes
Déterminer des aires
Connaître et utiliser les centimètres carrés pour exprimer des aires

Les angles

Objectifs d'apprentissage
Utiliser le lexique spécifique associé aux angles
Comprendre et utiliser les notations des angles
Comparer des angles

Le repérage dans le temps et les durées

Objectifs d'apprentissage
Lire l'heure sur une horloge à aiguilles
Positionner les aiguilles d'une horloge correspondant à une heure donnée en heure et minute
Comparer et mesurer des durées écoulées entre deux instants affichés sur une horloge (instants et durées sont exprimés en heure et minute)
Résoudre des problèmes à une ou deux étapes impliquant des durées

Cours moyen deuxième année

Au CM2, les connaissances des grandeurs rencontrées précédemment se renforcent progressivement. Cela s'opère principalement dans le cadre de la résolution de problèmes, mais également grâce à des exercices plus courts, qui peuvent être effectués à l'oral. Le travail mené contribue à donner du sens aux unités de mesure rencontrées, notamment à travers des estimations de mesures pour des objets manipulés, mais aussi pour des éléments non manipulables (distance entre deux villes, durée d'un film, volume d'eau d'une piscine, etc.).

Le travail sur la proportionnalité est aussi une occasion de renforcer les connaissances des élèves sur les grandeurs et leurs mesures.

Un tableau peut être utilisé pour présenter les différentes unités multiples et sous-multiples du mètre, du gramme ou du litre et leurs relations. Par exemple, les unités de masse allant du milligramme à la tonne. Cependant, au cours moyen, les élèves n'utilisent pas de tableaux pour effectuer des conversions ; ils s'appuient sur les relations connues entre les unités en jeu, comme par exemple : « 3,5 mètres est égal à 350 centimètres car 1 mètre est égal à 100 centimètres. ». Les tâches de conversion contribuent ainsi à renforcer la compréhension et la maîtrise de la numération décimale.

Il n'est pas attendu de mémorisation de formules de périmètres de figures planes au CM2, l'enseignement privilégiant l'acquisition du sens. Cependant, les élèves peuvent établir eux-mêmes des règles de calcul et les utiliser, comme par exemple le fait que le périmètre d'un carré est le quadruple de la longueur de l'un de ses côtés.

Le travail sur les angles, amorcé au CM1, se poursuit au CM2. L'unité degré est introduite à partir de la mesure de l'angle droit. L'utilisation d'un instrument de mesure des angles (rapporteur) ne relève pas du CM2 et sera introduite au collège. Au cours moyen, les élèves ne travaillent qu'avec des angles saillants.

Au CM2, la compréhension du système sexagésimal (base soixante) utilisé pour les unités de durée s'étend avec l'introduction des secondes. Les unités de durée sont régulièrement utilisées dans divers cadres (EPS, travail sur la fluence en lecture ou en calcul, sciences, etc.). Des problèmes en une ou plusieurs étapes, utilisant des ressources variées, sont proposés régulièrement pour renforcer l'aptitude à effectuer des calculs avec les unités heure, minute et seconde.

Les aires

Objectifs d'apprentissage
Comparer les aires de différentes figures planes
Déterminer des aires
Connaître et utiliser les unités centimètre carré, décimètre carré et mètre carré pour exprimer des aires
Convertir des aires entre différentes unités
Déterminer l'aire d'un carré ou d'un rectangle

Les angles

Objectifs d'apprentissage
Utiliser le lexique spécifique associé aux angles
Comprendre et utiliser les notations des angles
Comparer des angles
Construire un angle égal à la somme de deux angles donnés ou un angle multiple d'un angle donné
Construire par pliage la moitié d'un angle donné
Savoir qu'un angle droit mesure 90°

Le repérage dans le temps et les durées

Objectifs d'apprentissage
Lire l'heure sur une horloge à aiguilles
Positionner les aiguilles d'une horloge correspondant à une heure donnée en heure, minute et seconde
Comparer et mesurer des durées écoulées entre deux instants affichés sur une horloge (instants et durées sont exprimés en heure, minute et seconde)
Résoudre des problèmes à une ou plusieurs étapes impliquant des durées

Sixième

En classe de 6e, l'élève renforce ses connaissances du cours moyen sur les grandeurs et les mesures à travers l'automatisation de certains résultats et la résolution de problèmes. Ce domaine permet d'établir des liens avec les notions figurant dans les champs « Géométrie », « Nombres et calculs » et « Proportionnalité ».

L'élève apprend à calculer le périmètre d'un disque (également désigné comme périmètre d'un cercle par abus de langage qui sera toléré pour l'élève) et à effectuer des conversions d'unités d'aire. Les formules du périmètre d'un carré, d'un rectangle, d'un disque et celles de l'aire d'un carré ou d'un rectangle s'installent progressivement. Ces formules constituent une première sensibilisation au calcul littéral. L'élève substitue une valeur numérique à une lettre pour calculer, en situation, un périmètre ou une aire.

Il découvre l'unité de volume cm^3. En lien avec les problèmes de dénombrement d'assemblages de cubes, il détermine des volumes.

Le travail sur les mesures d'angle est intégré au champ « Géométrie », dans lequel on traite simultanément l'objet géométrique « angle » et la mesure de la grandeur « angle ».

Concernant les durées, les élèves résolvent des problèmes mobilisant des conversions entre le système décimal et le système sexagésimal, consolidant leurs compétences en gestion des unités de temps.

Les longueurs

Automatismes

L'élève connaît les significations des préfixes allant du kilo- au milli-, ainsi que les relations entre le mètre, ses multiples et ses sous-multiples, et fait le lien avec les unités de numération du système décimal.

L'élève connaît les relations entre deux unités successives du système décimal, par exemple : 1 dm = 10 cm et 1 cm = $\frac{1}{10}$ dm = 0,1 dm.

L'élève sait convertir en mètre une longueur donnée dans une autre unité, multiple ou sous-multiple du mètre. Inversement, l'élève sait convertir dans une unité donnée une longueur exprimée en mètre.

L'élève sait utiliser le compas comme outil de report de longueurs.

Il sait que le périmètre d'une figure plane est la longueur de son contour. L'élève sait calculer le périmètre d'un carré et d'un rectangle.

Connaissances et capacités attendues

Objectifs d'apprentissage
Savoir que le périmètre du disque est proportionnel à son diamètre
Connaître la formule du périmètre d'un disque
Calculer le périmètre d'un disque
Calculer des périmètres de figures composées
Résoudre des problèmes impliquant des longueurs

Les aires

Automatismes

L'élève sait comparer des aires sans avoir recours à la mesure, par superposition ou par découpage et recollement de surfaces.

L'élève sait que 1 cm^2 est l'aire d'un carré de 1 cm de côté, que 1 m^2 est l'aire d'un carré de 1 m de côté, que 1 dm^2 est l'aire d'un carré de 1 dm de côté.

Dans des cas simples, l'élève sait déterminer l'aire d'une surface en s'appuyant sur un quadrillage composé de carreaux dont les côtés mesurent 1 cm.

L'élève sait que : $1\ m^2 = 1\ m \times 1\ m = 10\ dm \times 10\ dm = 10 \times 10\ dm^2 = 100\ dm^2$;
$1\ dm^2 = 1\ dm \times 1\ dm = 10\ cm \times 10\ cm = 10 \times 10\ cm^2 = 100\ cm^2$.

L'élève mémorise que 1 cm^2 est égal à un centième de 1 dm^2, qu'il écrit $1\ cm^2 = \frac{1}{100}\ dm^2$ ou $1\ cm^2 = 0{,}01\ dm^2$.

L'élève mémorise que 1 dm^2 est égal à un centième de 1 m^2, qu'il écrit $1\ dm^2 = \frac{1}{100}\ m^2$ ou $1\ dm^2 = 0{,}01\ m^2$.

Connaissances et capacités attendues

Objectifs d'apprentissage
Effectuer des conversions d'aire
Connaître la formule de l'aire d'un carré ou d'un rectangle
Calculer l'aire d'un carré ou d'un rectangle

Les volumes

Connaissances et capacités attendues

Objectifs d'apprentissage
Connaître l'unité centimètre cube
Comparer des volumes
Déterminer un volume

Le repérage dans le temps et les durées

Automatismes

- L'élève lit l'heure sur un cadran à aiguilles ou sur un affichage digital (heures, minutes et secondes).
- L'élève place les aiguilles pour qu'une horloge indique une heure donnée.
- L'élève connaît les unités de mesure de durées jour, heure, minute et seconde et les relations qui les lient.
- L'élève sait combien de jours il y a dans une année (bissextile ou non), combien d'années il y a dans un siècle, et dans un millénaire.
- L'élève sait qu'une demi-heure c'est 30 minutes, qu'un quart d'heure c'est 15 minutes, que trois quarts d'heure c'est 45 minutes.

Connaissances et capacités attendues

Objectifs d'apprentissage
Effectuer des calculs sur des horaires et des durées
Résoudre des problèmes impliquant des horaires et des durées
Convertir des durées

Mises en perspective historiques et culturelles

L'élève découvre l'histoire et le fonctionnement de différents types de calendriers : solaires, lunaires ou luni-solaires. Il comprend le lien entre les calendriers julien et grégorien et les différentes approximations de la valeur de l'année tropique.

Selon ses intérêts et ses besoins, l'élève peut également s'interroger sur les moyens de partager le temps, découvrir les clepsydres (horloges à eau) ou d'autres instruments historiques et interculturels (grecs, arabes, chinois).

Espace et géométrie

Cours moyen première année

La géométrie plane

Dans la continuité des apprentissages du cycle 2, l'acquisition des connaissances sur les figures de référence et sur les relations géométriques se poursuit lors de descriptions, de constructions et de résolutions de problèmes.

Il est particulièrement important que le professeur s'exprime dans un langage précis utilisant le vocabulaire géométrique approprié et qu'il encourage les élèves à se l'approprier et, progressivement, à l'utiliser. Ce vocabulaire prend son sens grâce aux constructions et aux problèmes proposés.

Si l'enseignant utilise de manière rigoureuse les notations usuelles avec des parenthèses pour la droite (AB), des crochets pour le segment [AB], une parenthèse et un crochet pour la demi-droite [AB), et aucune parenthèse pour la longueur AB, aucune connaissance de ces conventions n'est exigible pour les élèves : les consignes explicitent donc systématiquement les symboles utilisés. Par exemple, il ne sera pas demandé aux élèves de « tracer [AB] », mais de « tracer le segment [AB] ».

Objectifs d'apprentissage
Utiliser le vocabulaire géométrique approprié dans le contexte d'apprentissage des notions correspondantes
Utiliser les outils géométriques usuels : règle, règle graduée, équerre et compas
Connaître les codes usuels utilisés en géométrie
Décrire et reconnaître un cercle et un disque comme un ensemble de points caractérisés par leur distance à un point donné
Reconnaître et utiliser la notion de perpendicularité
Reconnaître et utiliser la notion de parallélisme
Reconnaître et nommer les figures suivantes en faisant référence à leur définition : triangle, triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral, quadrilatère, carré, rectangle et losange
Connaître les propriétés de parallélisme des côtés opposés, des égalités de longueurs et d'angles pour les figures usuelles : triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral, carré, rectangle et losange.
Reproduire ou construire un carré, un rectangle, un triangle, un triangle rectangle ou un cercle ou des assemblages de ces figures sur tout support (papier quadrillé, pointé ou uni), avec une règle graduée, une équerre ou un compas.
Construire une figure géométrique composée de segments, de droites, de polygones usuels et de cercles.

Reconnaître si une figure possède un ou plusieurs axes de symétrie
Compléter une figure pour la rendre symétrique par rapport à une droite donnée, horizontale ou verticale
Construire, sur papier quadrillé, la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite horizontale ou verticale

Les solides

Les connaissances et les savoir-faire attendus se construisent à partir de résolutions de problèmes associées à une verbalisation mobilisant le vocabulaire géométrique : il est particulièrement important que le professeur s'exprime dans un langage précis utilisant le vocabulaire géométrique approprié et qu'il encourage les élèves à se l'approprier et, progressivement, à l'utiliser. Les élèves doivent pouvoir justifier la nature géométrique d'un polyèdre en ayant recours aux propriétés géométriques de ses faces.

Au CM1, la liste des solides connus des élèves s'enrichit avec l'introduction du prisme droit. La connaissance des solides continue à se développer lors d'activités de construction, de description et de classements d'objets. Les élèves travaillent avec des solides en trois dimensions, mais aussi avec leurs représentations en perspective. Ils comprennent que certaines faces, certaines arêtes et certains sommets ne sont pas visibles dans de telles représentations et que les arêtes non visibles sont éventuellement tracées en pointillés. S'ils ne construisent pas eux-mêmes de telles représentations, ils savent néanmoins identifier un solide à partir d'une représentation en perspective.

Dans ce programme, le terme « pavé » est utilisé pour désigner le parallélépipède rectangle. En classe, les termes « pavé droit » ou « pavé » peuvent être utilisés indifféremment.

Objectifs d'apprentissage
Nommer un cube, une boule, un pavé, un cône, une pyramide, un cylindre et un prisme droit
Décrire un cube, un pavé, une pyramide et un prisme droit en faisant référence à des propriétés et en utilisant le vocabulaire approprié
Connaître le nombre et la nature des faces d'un cube ou d'un pavé
Connaître la nature des faces d'une pyramide
Connaître la nature des faces d'un prisme droit
Construire un cube, un pavé, une pyramide ou un prisme droit
Reconnaître un patron d'un cube
Construire un patron d'un cube

Le repérage dans l'espace

Objectifs d'apprentissage
Connaître et utiliser le vocabulaire lié aux déplacements
Comprendre, utiliser et produire une suite d'instructions qui décrivent un déplacement en utilisant un vocabulaire spatial précis
Résoudre des problèmes portant sur des assemblages de cubes

Cours moyen deuxième année

La géométrie plane

L'acquisition des connaissances sur les figures de référence et sur les relations géométriques se poursuit lors de descriptions, de constructions et de résolutions de problèmes.

Il est particulièrement important que le professeur s'exprime dans un langage adéquat utilisant un vocabulaire géométrique précis et qu'il encourage les élèves à se l'approprier et, progressivement, à l'utiliser. Ce vocabulaire prend son sens grâce aux constructions et aux problèmes proposés.

Si l'enseignant utilise de manière rigoureuse les notations usuelles avec des parenthèses pour la droite (AB), des crochets pour le segment [AB], une parenthèse et un crochet pour la demi-droite [AB) et aucune parenthèse pour la longueur AB, aucune connaissance de ces conventions n'est exigible pour les élèves : les consignes expliciteront donc systématiquement les symboles utilisés. Par exemple, il ne sera pas demandé aux élèves de « tracer [AB] », mais de « tracer le segment [AB] ».

Objectifs d'apprentissage
Utiliser le vocabulaire géométrique approprié dans le contexte d'apprentissage des notions correspondantes
Utiliser les outils géométriques usuels : règle, règle graduée, équerre et compas
Connaître les notations et les codes usuels utilisés en géométrie
Reconnaître et utiliser la notion de perpendicularité
Reconnaître et utiliser la notion de parallélisme
Décrire et reconnaître un cercle et un disque comme un ensemble de points caractérisés par leur distance à un point donné
Reconnaître et nommer les figures suivantes en s'appuyant sur leur définition : triangle, triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral, quadrilatère, carré, rectangle, losange, trapèze, trapèze rectangle, pentagone et hexagone

Connaître les propriétés de parallélisme des côtés opposés, des égalités de longueurs et d'angles pour les figures usuelles : triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral, carré, rectangle, losange, trapèze et trapèze rectangle

Reproduire ou construire un carré, un rectangle, un triangle, un triangle rectangle ou un cercle ou des assemblages de ces figures sur tout support (papier quadrillé, pointé ou uni), avec une règle graduée, une équerre ou un compas.

Construire une figure géométrique composée de segments, de droites, de polygones usuels et de cercles

Élaborer un programme de construction

Construire, sur papier quadrillé, la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite verticale, horizontale ou une diagonale du quadrillage

Les solides

Les connaissances et les savoir-faire attendus se construisent à partir de résolutions de problèmes associées à une verbalisation mobilisant le vocabulaire géométrique : il est particulièrement important que le professeur s'exprime dans un langage précis utilisant le vocabulaire géométrique approprié et qu'il encourage les élèves à se l'approprier et, progressivement, à l'utiliser. Les élèves doivent pouvoir justifier la nature géométrique d'un polyèdre en ayant recours aux propriétés géométriques de ses faces.

Au CM2, les élèves travaillent avec des solides en trois dimensions, mais aussi avec des représentations en perspective. La connaissance des solides continue à se développer à travers des activités de construction, de description et de classements d'objets. Ils comprennent que certaines faces, certaines arêtes et certains sommets ne sont pas visibles dans de telles représentations et que les arêtes non visibles sont éventuellement tracées en pointillés. S'ils ne construisent pas eux-mêmes de telles représentations, ils savent néanmoins identifier un solide à partir d'une représentation en perspective.

Dans ce programme, le terme « pavé » est utilisé pour désigner le parallélépipède rectangle. En classe, les termes « pavé droit » ou « pavé » peuvent être utilisés indifféremment.

Objectifs d'apprentissage
Nommer un cube, une boule, un pavé, un cône, une pyramide, un cylindre ou un prisme droit
Décrire un cube, un pavé, une pyramide ou un prisme droit en faisant référence à des propriétés et en utilisant le vocabulaire approprié
Reconnaître un patron d'un cube
Construire un patron d'un cube
Reconnaître un patron d'un pavé

Déplacements dans l'espace

Objectifs d'apprentissage
Connaître et utiliser le vocabulaire lié aux déplacements
Comprendre, utiliser et produire une suite d'instructions qui décrivent un déplacement en utilisant un vocabulaire spatial précis
Résoudre des problèmes portant sur des assemblages de cubes

Sixième

Étude de configurations planes

Au cours moyen, l'élève a acquis des connaissances sur les figures géométriques de référence et sur les positions relatives de droites lors de descriptions, de constructions et de la résolution de problèmes. Le vocabulaire géométrique et certaines notations ont été introduits progressivement.

En classe de 6e, les travaux géométriques de reproduction, de description et de construction se poursuivent. L'éventail des définitions, qui s'élargit à de nouveaux objets, permet de dégager leur caractère abstrait et universel.

Les observations et les constructions s'appuient sur des définitions et des propriétés. Le professeur peut utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour la visualisation de certaines constructions. Cependant, le maniement par l'élève des instruments traditionnels de la géométrie, accompagné de la verbalisation de ses démarches, sont des facteurs essentiels pour que les constructions dépassent le statut de simples activités pour déboucher sur de véritables apprentissages et faciliter le passage à l'abstraction.

Au-delà de ces activités de construction, la présentation par le professeur et la mise en place progressive par l'élève lui-même de preuves favorisent le développement du raisonnement logique et de la pensée déductive. L'élève accède ainsi à ces facultés essentielles dans de nombreuses autres disciplines scolaires, facultés qui seront également un atout majeur dans sa future vie personnelle et professionnelle.

La feuille de papier n'est pas le seul support aux activités géométriques : les objets de la vie courante, mais aussi l'environnement ordinaire de l'élève (la salle de classe ou la cour de récréation), s'y prêtent également. Les deux principaux sujets d'étude sont les distances et les angles, qui sont abordés à travers la manipulation, l'observation, les constructions, l'initiation au raisonnement et la mise en place de preuves. La construction d'une preuve repose sur l'élaboration et la structuration de la pensée et de la parole individuelle, orale ou écrite, mais également sur la confrontation de ses propres idées à celles d'autrui, dans des situations de débat ou d'entraide. Les compétences mathématiques et langagières sont ainsi développées conjointement.

Automatismes

- L'élève connaît le lexique et le codage des objets de base de la géométrie plane : angle droit, égalité de longueurs, égalité d'angles.
- Il reconnaît un carré, un rectangle, un triangle.
- Il reconnaît si une figure possède un ou plusieurs axes de symétrie.
- Il sait coder des angles droits et des longueurs égales.

Connaissances et capacités attendues

Distances

Objectifs d'apprentissage
Connaître et utiliser la définition de la distance entre deux points
Connaître et utiliser la définition du milieu d'un segment

Cercles et disques

Objectifs d'apprentissage
Connaître les définitions d'un cercle, d'un disque, d'un rayon, d'un diamètre, d'une corde
Comprendre la définition d'un cercle et celle d'un disque sous la forme d'ensembles de points
Résoudre des problèmes mettant en jeu des distances à un point

Médiatrice d'un segment

Objectifs d'apprentissage
Connaître la définition de la médiatrice d'un segment
Comprendre et utiliser la propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment
Résoudre des problèmes en s'appuyant sur la propriété caractéristique de la médiatrice

Angles

Objectifs d'apprentissage
Connaître et utiliser les angles ainsi que le lexique et les notations qui s'y rapportent : angle droit, angle plat, angle plein, angle nul, angle aigu, angle obtus, angles opposés par le sommet, angles adjacents, angles supplémentaires
Mesurer un angle
Construire un angle de mesure donnée

Bissectrice d'un angle saillant

Objectifs d'apprentissage
Connaître la définition de la bissectrice d'un angle saillant
Utiliser la définition de la bissectrice d'un angle pour effectuer des constructions et résoudre des problèmes

Triangles

Le triangle se prête à un travail portant conjointement sur les distances et sur les angles. Le positionnement d'un triangle sur la feuille doit être varié. À l'aide du compas, l'élève remarque que la donnée de trois longueurs ne permet pas toujours de construire un triangle.

Objectifs d'apprentissage
Construire des triangles
Connaître et utiliser les propriétés angulaires des triangles particuliers : triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral
Connaître la valeur de la somme des mesures des angles d'un triangle
L'utiliser pour calculer des angles, effectuer des constructions et résoudre des problèmes
Savoir que les médiatrices d'un triangle sont concourantes
Connaître et construire le cercle circonscrit à un triangle

Symétrie axiale

Le travail de construction réalisé au cours moyen se poursuit. Différents supports peuvent être utilisés : papier quadrillé, papier pointé, auxquels on ajoute le papier uni.

Objectifs d'apprentissage
Connaître la définition du symétrique d'un point par rapport à une droite
Connaître et utiliser les propriétés de la symétrie axiale pour effectuer des constructions

La vision dans l'espace

En classe de 6^{e}, la connaissance des solides étudiés au cours moyen est entretenue sous la forme d'automatismes. En prolongement des apprentissages déjà installés, la vision dans l'espace est consolidée à travers des activités de différentes natures portant sur des assemblages de cubes : passage, dans les deux sens, entre l'objet à trois dimensions et ses diverses représentations à deux dimensions, dénombrements.

Automatismes

L'élève identifie dans un ensemble de solides lesquels sont des pyramides, des boules, des cubes, des cylindres, des pavés, des cônes ou des prismes droits.

Connaissances et capacités attendues

Objectifs d'apprentissage
Voir dans l'espace des assemblages de cubes

Organisation et gestion de données et probabilités

Cours moyen première année

Organisation et gestion de données

Au CM1, les caractères statistiques étudiés peuvent être aussi bien qualitatifs comme un moyen de transport, une couleur ou un sport pratiqué, que quantitatifs comme le nombre de frères et sœurs, l'âge exprimé en années entières, la hauteur d'une plante ou la masse d'un animal.

Les élèves résolvent des problèmes dont les données peuvent être prélevées dans des tableaux, dans des diagrammes en barres ou sur des courbes.

Cette partie du programme fournit l'occasion de confronter les élèves à des données réelles relatives à des sujets d'actualité, comme le changement climatique, la pollution ou la perte de biodiversité.

Les connaissances et les compétences acquises sont renforcées lors de travaux réalisés dans les autres disciplines : EPS, histoire et géographie, sciences et technologie, etc. Ceci permet la confrontation à divers types de données et à des représentations graphiques variées.

Objectifs d'apprentissage
Recueillir des données et produire un tableau, un diagramme en barres ou un ensemble de points dans un repère pour les présenter
Lire et interpréter les données d'un tableau à simple ou double entrée, d'un diagramme en barres ou d'une courbe
Résoudre des problèmes en une ou plusieurs étapes en utilisant les données d'un tableau à simple ou double entrée, d'un diagramme en barres ou d'une courbe

Les probabilités

Au CM1, les élèves bénéficient d'une première familiarisation avec des expériences aléatoires. Un des objectifs de cet enseignement est de comprendre qu'il existe des évènements dont la réalisation est certaine, d'autres dont la réalisation est impossible, et d'autres encore dont on ne peut pas affirmer *a priori* s'ils se réaliseront ou pas.

Un autre objectif porte sur la comparaison de probabilités d'évènements. Certains évènements, comme « obtenir pile » en lançant une pièce de monnaie, « obtenir un nombre pair » en lançant un dé ou « obtenir une carte rouge » en tirant une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes ont une chance sur deux de se réaliser, ce qui signifie que la probabilité qu'ils se réalisent est la même que celle qu'ils ne se réalisent pas. D'autres évènements, comme « obtenir un 2 » en lançant un dé, ont plus de chances de ne pas se réaliser que de se réaliser. Les élèves apprennent à estimer les probabilités d'évènements sur une échelle allant de « impossible » à « certain », en distinguant les évènements « peu probables » qui ont moins d'une chance sur deux de se réaliser, des évènements « probables » qui ont plus d'une chance sur deux de se réaliser.

Un autre objectif de l'enseignement des probabilités au CM1 est de familiariser les élèves avec quelques modèles classiques d'expériences aléatoires (jet d'une pièce de monnaie, lancer de dé, tirages dans une urne, tirage d'une carte dans un jeu de 52 cartes, etc.).

Dans des cas simples, les élèves apprennent à recenser toutes les issues possibles d'une expérience aléatoire. Ils découvrent ainsi en particulier que, selon les cas, toutes les issues peuvent avoir, ou non, la même chance de se réaliser. Ils se familiarisent ainsi avec la notion d'équiprobabilité.

Objectifs d'apprentissage
Identifier des expériences aléatoires
Identifier toutes les issues possibles lors d'une expérience aléatoire simple
Comprendre et utiliser le vocabulaire approprié : « impossible », « possible », « certain », « probable », « peu probable », « une chance sur deux »
Comparer des issues d'expériences aléatoires ou des évènements selon leur probabilité de réalisation
Comprendre que ce n'est pas parce qu'il y a deux issues possibles que chacune a une chance sur deux de se réaliser
Reconnaître des situations d'équiprobabilité

Cours moyen deuxième année

Organisation et gestion de données

Au CM2 comme au CM1, les caractères statistiques étudiés peuvent être aussi bien qualitatifs comme, un moyen de transport, une couleur ou un sport pratiqué, que quantitatifs comme, par exemple, le nombre de frères et sœurs, l'âge exprimé en années entières, la hauteur d'une plante ou la masse d'un animal.

Les élèves résolvent des problèmes dont les données peuvent être prélevées dans un texte, dans des tableaux, dans des diagrammes en barres, dans des diagrammes circulaires ou sur des courbes.

Cette partie du programme est l'occasion de confronter les élèves à des données réelles relatives à des sujets d'actualité, comme le changement climatique, la pollution ou la perte de biodiversité.

Les connaissances et les compétences acquises sont renforcées lors de travaux réalisés dans les autres disciplines : EPS, histoire et géographie, sciences et technologie, etc. Ceci permet la confrontation à divers types de données et à des représentations graphiques variées.

Objectifs d'apprentissage
Recueillir des données et produire un tableau, un diagramme en barres ou un ensemble de points dans un repère pour présenter des données recueillies
Lire et interpréter les données d'un tableau, d'un diagramme en barres, d'un diagramme circulaire ou d'une courbe
Résoudre des problèmes en une ou deux étapes en utilisant les données d'un tableau, d'un diagramme en barres, d'un diagramme circulaire ou d'une courbe

Les probabilités

Au CM2, les élèves renforcent les apprentissages du CM1.

Dans des situations où les issues d'une expérience aléatoire sont équiprobables, les élèves apprennent à identifier et à dénombrer les issues correspondant à un évènement. Ces dénombrements leur permettent de quantifier les probabilités d'évènements, sous la forme de « *a* chances sur *b* », où *a* est le nombre d'issues réalisant l'évènement dont on cherche la probabilité et *b* le nombre total d'issues de l'expérience aléatoire.

La perception de la notion d'indépendance est initiée en reproduisant une même expérience aléatoire, par exemple celle d'un lancer de dé, et en faisant prendre conscience aux élèves que le dé « ne se souvient pas » du résultat sorti lors du lancer précédent. Dans le cas d'une expérience constituée de plusieurs épreuves indépendantes, les élèves apprennent à utiliser un tableau à double entrée ou un arbre pour recenser, d'une part, toutes les issues possibles et, d'autre part, celles qui réalisent l'évènement dont on recherche la probabilité.

Au CM2, le travail sur les probabilités est amorcé au plus tard en période 2.

Objectifs d'apprentissage
Identifier toutes les issues possibles lors d'une expérience aléatoire simple
Identifier toutes les issues réalisant un évènement dans une expérience aléatoire simple
Dans une situation d'équiprobabilité, lors d'une expérience aléatoire simple, exprimer la probabilité d'un évènement sous la forme « *a* chances sur *b* »
Comparer des probabilités dans des cas simples
Comprendre la notion d'indépendance lors de la répétition de la même expérience aléatoire
Dans des situations d'équiprobabilité, recenser toutes les issues possibles d'une expérience aléatoire en deux étapes dans un tableau ou dans un arbre afin de déterminer des probabilités

Sixième

Organisation et gestion de données

À l'école élémentaire, les élèves ont recueilli des données et ont construit des tableaux à simple ou double entrée, des diagrammes en barres ou des courbes pour les présenter. Inversement, ils ont lu et interprété des informations contenues dans un tableau à double entrée, un diagramme en barres, un diagramme circulaire et d'une courbe. Ils ont résolu des problèmes en une ou deux étapes mobilisant ces différents types de représentation.

En classe de 6^{e}, l'élève consolide ces notions, en menant lui-même les différentes phases d'une enquête statistique, ce qui le conduit à prendre des initiatives et à organiser son travail. Il est confronté à des données objectives relatives à des sujets d'actualité comme le changement climatique, la pollution ou la perte de biodiversité. L'interprétation de ces données sollicite son esprit critique et sa capacité d'argumentation. L'enseignement de cette partie du programme contribue à l'acquisition de connaissances et de méthodes essentielles dans d'autres disciplines telles que, par exemple, la géographie, les sciences ou l'éducation physique et sportive.

Automatismes

L'élève sait lire un tableau, un diagramme en barres, un diagramme circulaire ou une courbe dans des cas adaptés à une lecture immédiate.

Connaissances et capacités attendues

Objectifs d'apprentissage
Planifier une enquête et recueillir des données
Réaliser des mesures et les consigner dans un tableau
Construire un tableau simple pour présenter des données (observations, caractères)
Faire un choix en filtrant les données d'un tableau selon un critère

Les probabilités

Au CM2, dans le cadre d'une situation d'équiprobabilité, les élèves ont appris à dénombrer l'ensemble des issues possibles d'une expérience aléatoire, ainsi qu'à identifier et à compter celles qui correspondent à un évènement. Ces dénombrements leur ont permis de quantifier les probabilités d'évènements, sous la forme de « *a* chances sur *b* », où *a* est le nombre d'issues correspondant à l'évènement et *b* le nombre total d'issues possibles de l'expérience aléatoire.

Ils ont également travaillé sur la répétition d'une même expérience aléatoire, comme par exemple celle du lancer d'une pièce de monnaie, et sur la notion d'indépendance. Ils ont pris conscience que le dé « ne se souvient pas » du résultat du lancer précédent. Dans le cadre d'une expérience constituée de deux épreuves indépendantes, les élèves ont appris à utiliser des tableaux à double entrée ou des arbres pour recenser toutes les issues possibles et celles qui réalisent l'évènement dont on cherche la probabilité.

En classe de 6^{e}, un objectif majeur est de passer de la traduction d'une probabilité en termes de chances (*a* chances sur *b*) à son expression par le nombre égal au quotient $\frac{a}{b}$ (pouvant être lu « *a* sur *b* »), qui peut s'exprimer comme une fraction, un nombre décimal ou un pourcentage.

L'approche fréquentiste des probabilités est également introduite. Cela permet d'interpréter certains résultats abordés au cours moyen.

Il n'est pas attendu que l'élève utilise le vocabulaire spécifique aux probabilités (expérience, issue, univers, évènement) de manière autonome, mais le professeur peut l'employer.

Connaissances et capacités attendues

Objectifs d'apprentissage
Savoir que la probabilité d'un évènement est un nombre compris entre 0 et 1
Calculer des probabilités dans des situations simples d'équiprobabilité
Comparer des résultats d'une expérience aléatoire répétée à une probabilité calculée

La proportionnalité

Cours moyen première année

Le travail sur la proportionnalité conduit au CM1 s'inscrit dans la continuité du travail sur la résolution de problèmes multiplicatifs mené au cycle 2. En effet, les élèves ont déjà résolu des exemples simples de problèmes relevant de la proportionnalité comme « Des tee-shirts coûtent 13 € chacun. Quel est le prix de 6 tee-shirts ? ».

Au CM1, la notion de proportionnalité entre deux grandeurs est explicitement introduite dans le cadre de la résolution de problèmes : les élèves apprennent à identifier des situations relevant de la proportionnalité et à mettre en œuvre dans ce cadre des raisonnements fondés sur la propriété de la linéarité pour la multiplication. Par exemple, pour le problème « 4 pains aux raisins coûtent 7 €. Quel est le prix de 12 pains aux raisins ? », les élèves comprennent qu'il est inutile de déterminer le prix unitaire pour répondre à la question posée.

Afin d'éviter le risque de développement d'automatismes ne s'appuyant pas sur le sens, les élèves n'utilisent pas de tableaux de proportionnalité au cours moyen. La résolution de problèmes de proportionnalité s'appuie uniquement sur des raisonnements formulés en langage naturel, à l'oral comme à l'écrit : « Si j'achète 3 fois plus de pains aux raisins, alors je vais payer 3 fois plus. », « Si je prends 4 fois moins de feuilles de papier, alors l'épaisseur de la pile de feuilles sera 4 fois plus petite. », etc.

Au cours moyen, les problèmes posés le sont tous dans le cadre des grandeurs et ne portent pas sur des suites de nombres hors contexte.

Objectifs d'apprentissage
Identifier une situation de proportionnalité
Savoir résoudre un problème de proportionnalité

Cours moyen deuxième année

Le travail sur la proportionnalité conduit au CM2 s'inscrit dans la continuité du travail mené au CM1 : les savoir-faire développés se consolident et s'enrichissent à travers la résolution de problèmes nécessitant plusieurs étapes.

Afin d'éviter le risque de développement d'automatismes ne s'appuyant pas sur le sens, les élèves n'utilisent pas de tableaux de proportionnalité au cours moyen. La résolution de problèmes de proportionnalité s'appuie uniquement sur des raisonnements formulés en langage naturel, à l'oral comme à l'écrit : « Si j'achète 3 fois plus de pains aux raisins, alors je vais payer 3 fois plus. », « Si je prends 4 fois moins de feuilles de papier, alors l'épaisseur de la pile de feuilles sera 4 fois plus petite. », etc.

Les problèmes posés le sont tous dans le cadre des grandeurs et ne portent pas sur des suites de nombres hors contexte. Seuls des raisonnements fondés sur les propriétés de linéarité pour la multiplication et pour l'addition sont attendus ; ni l'utilisation du coefficient de proportionnalité, ni le recours au « produit en croix » ne sont enseignés au cours moyen.

Objectifs d'apprentissage
Identifier une situation de proportionnalité
Savoir résoudre un problème de proportionnalité

Sixième

Au cours moyen, la proportionnalité était exclusivement abordée dans le cadre des grandeurs et elle était identifiée par l'effet sur la seconde grandeur de la multiplication de la première par un nombre donné. L'élève a ainsi appris à identifier des situations de proportionnalité et à utiliser des raisonnements fondés sur la propriété de linéarité pour la multiplication ou pour l'addition.

En classe de 6e, la proportionnalité continue d'être étudiée exclusivement dans le cadre des grandeurs, et, ne concerne pas les suites de nombres. La définition de la proportionnalité entre deux grandeurs est formalisée et reliée à l'utilisation d'expression du type « prix au kilo ». Celles-ci anticipent la notion de grandeur quotient qui sera étudiée au cycle 4. L'élève est sensibilisé au « modèle » de la proportionnalité. Il résout des problèmes qui en relèvent en utilisant la procédure la mieux adaptée aux nombres mis en jeu : linéarité multiplicative ou additive, retour à l'unité. Comme au cours moyen, il est encouragé à laisser apparaître à l'intérieur des calculs les unités des grandeurs manipulées.

Plusieurs outils permettent de représenter une situation de proportionnalité : tableau, flèches, parenthèses (qui anticipent la notation fonctionnelle). Lorsqu'il s'agit d'un tableau, le nom de chaque grandeur, accompagné de son unité, y figure explicitement. La recherche de données manquantes dans un tableau s'appuie sur le sens de la proportionnalité : l'élève verbalise les relations entre les mesures d'une grandeur (2 fois plus, 3 fois moins, etc.) ou s'appuie sur la constance d'une grandeur telle que « prix au kilo » ou « nombre de battements du cœur par minute » relevant du langage courant. Dans cette optique de compréhension du sens de la proportionnalité, notion essentielle dans la vie quotidienne et dans de nombreuses autres disciplines, la technique du « produit en croix » n'est pas enseignée.

Automatismes

- L'élève sait repérer des relations multiplicatives simples entre des nombres (double, quadruple, moitié, tiers, quart).
- Il associe de manière automatique les expressions du type : « 4 fois plus grand, 4 fois plus petit, 5 fois plus, 5 fois moins » à une multiplication ou à une division.

Connaissances et capacités attendues

Objectifs d'apprentissage
Connaître la définition de la proportionnalité entre deux grandeurs et la mettre en lien avec des expressions de la vie courante
Identifier si une situation relève du « modèle » de la proportionnalité
Résoudre un problème de proportionnalité en choisissant une procédure adaptée : propriété de linéarité pour la multiplication ou l'addition, retour à l'unité
Représenter une situation de proportionnalité à l'aide d'un tableau ou de notations symboliques
S'initier à la résolution de problèmes d'échelles

Initiation à la pensée informatique

Le mode de pensée informatique est une approche universelle permettant de résoudre des problèmes complexes en exploitant des processus de calcul, qu'ils soient réalisés par des humains ou par des machines. En s'initiant à la pensée informatique, l'élève développe des connaissances et des capacités qui sont transposables à d'autres disciplines et qui le préparent aux défis du monde contemporain.

Au cycle 2, dans la continuité du cycle 1, l'élève a déjà développé des raisonnements qui relèvent de la pensée informatique. Dès le CP, l'élève a appris à réaliser un déplacement dans l'espace à partir d'un codage ou à coder de tels déplacements, notamment pour programmer un robot se déplaçant sur un quadrillage ou un personnage se déplaçant dans un quadrillage sur un écran de tablette ou d'ordinateur. L'apprentissage des algorithmes des opérations posées tout au long du cycle 2 contribue également à l'initiation à la pensée informatique. À partir du CE1, l'élève a aussi appris à poursuivre des suites évolutives comme « 1, 2, 4, 7, 11, 16, etc. » ou « 1, 2, 4, 8, 16, etc. ».

Ces premiers apprentissages qui contribuent au développement de la pensée informatique se poursuivent au cours moyen : algorithmes des opérations posées, programmes de constructions géométriques, programmes de calcul, suites évolutives. Ces éléments, abordés dans les autres domaines de ce programme, sont résumés dans les paragraphes ci-après.

Cours moyen première année

Au CM1, l'élève continue d'utiliser et de produire des codages de déplacements en élargissant les environnements dans lesquels ces déplacements ont lieu (quartier, ville, etc.). La programmation de robot est également toujours envisagée lorsque l'école en est équipée.

Dans le cadre de l'initiation à la pensée algébrique, l'élève continue de travailler sur des suites évolutives qui s'appuient sur des algorithmes plus en plus complexes comme « 80 ; 85 ; 83 ; 88 ; 86 ; 91 ; 89 ; 94 ; 92, etc. » ou « 1 ; 2 ; 6 ; 7 ; 11 ; 12 ; 16 ; etc. » et il peut utiliser des logiciels de programmation par blocs ou un tableur pour déterminer des termes éloignés. Il exécute également des programmes de calcul comme le suivant :

— choisir un nombre entier ;
— ajouter 2 au nombre choisi ;
— multiplier le résultat trouvé à l'étape précédente par 4 ;
— écrire le nombre obtenu.

Ces programmes peuvent aussi être codés avec un logiciel de programmation par bloc comme Scratch ou sur une feuille d'un tableur en faisant apparaître les différentes étapes, de manière à vérifier les résultats obtenus.

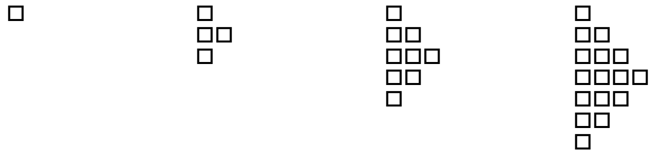
La réalisation de figures géométriques s'appuyant sur des programmes de construction comme « Trace un rectangle ABCD tel que AB = 5 cm et BC = 3 cm. Trace le cercle de centre A qui passe par le milieu du côté [AB]. » contribue également au développement de la pensée informatique.

Cours moyen deuxième année

Les activités menées au CM1 qui contribuent au développement de la pensée informatique se poursuivent au CM2 en se complexifiant.

L'élève continue d'utiliser et de produire des codages de déplacements en élargissant les environnements dans lesquels ces déplacements ont lieu (quartier, ville, etc.) et en augmentant le nombre d'instructions des programmes utilisés ou produits. La programmation de robots est également toujours envisagée lorsque l'école en est équipée.

Dans le cadre de l'initiation à la pensée algébrique, l'élève continue de travailler sur des suites évolutives de nombres ou de motifs qui s'appuient sur des algorithmes de plus en plus complexes comme « 7 ; 15 ; 31 ; 63 ; 127, etc. » ou



étape 1 étape 2 étape 3 étape 4

et il peut utiliser des logiciels de programmation par blocs ou un tableur pour déterminer des termes éloignés. Il exécute également des programmes de calcul ayant jusqu'à trois instructions comme le suivant :

— choisir un nombre entier ;
— ajouter 2 au nombre choisi ;
— multiplier le résultat trouvé à l'étape précédente par 4 ;
— retirer 3 au nombre obtenu à l'étape précédente ;
— écrire le nombre obtenu.

Ces programmes peuvent aussi être codés avec un logiciel de programmation par bloc comme Scratch ou sur une feuille d'un tableur en faisant apparaître les différentes étapes, de manière à vérifier les résultats obtenus.

La réalisation de figures géométriques s'appuyant sur des programmes de construction contribue également au développement de la pensée informatique. Au CM2, l'élève apprend à produire des programmes de construction dans des cas simples.

Sixième

En plus de la consolidation des raisonnements précédents, le programme de 6e permet l'initiation progressive à la compréhension de notions plus spécifiques de l'informatique : instructions, séquences d'instructions, entrées, sorties, répétitions. Les activités proposées peuvent être réalisées avec ou sans machine (robot ou logiciel de programmation graphique par blocs comme Scratch). L'utilisation d'un tableur peut également être envisagée pour l'étude des suites évolutives de nombres.

Objectifs d'apprentissage
Identifier une instruction ou une séquence d'instructions
Produire et exécuter une séquence d'instructions
Répéter à la main une séquence d'instructions pour accomplir une tâche imposée
Programmer la construction d'un chemin simple

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE,
DE L'ENSEIGNEMENT
SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE
Liberté
Égalité
Fraternité

Exemples pour la mise en œuvre
des programmes

6e

Mathématiques

Exemples de réussite

2025

Exemples pour la mise en œuvre du programme de mathématiques en 6e

Exemples de réussite

Sommaire

Nombres, calcul et résolution de problèmes

Les nombres entiers et décimaux

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
• Connaitre et utiliser la valeur des chiffres selon leur rang dans l'écriture d'un nombre. • Connaitre les liens entre les unités de numération unité, dizaine, centaine, millier, dixième, centième, millième.	L'élève consolide sa connaissance de la valeur des chiffres dans l'écriture d'un nombre entier ou décimal. Par exemple, dans le nombre 1,27, il identifie le chiffre des centièmes qu'il distingue du nombre de centièmes contenus dans ce nombre.
• Connaitre des grands nombres entiers.	Les principes de la numération décimale de position sont étendus à la classe des milliards. La manipulation de milliards, de dizaines de milliards et de centaines de milliards peut avoir pour cadre les domaines « Organisation et gestion de données » et « Grandeurs et mesures ».

• Reconnaitre un nombre décimal. • Connaitre la définition d'un pourcentage • Associer et utiliser différentes écritures d'un nombre décimal : écriture à virgule, fraction, nombre mixte, pourcentage.	Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire sous forme d'une fraction dont le numérateur est un nombre entier et dont le dénominateur est égal à 1, 10, 100, 1 000, etc. L'élève sait qu'un nombre entier est un nombre décimal. Par exemple, il remarque que 2 = 2,0 et que $2 = \frac{20}{10} = \frac{2}{1}$. Par définition, si *a* est un entier naturel, *a* % est égal à $\frac{a}{100}$. On se limite à l'utilisation de pourcentages compris entre 0 % et 100 %, qui servent à exprimer des proportions et des probabilités. L'élève sait qu'un même nombre admet plusieurs écritures. Dans le cadre d'une fraction supérieure à 1, il utilise l'écriture sous forme de nombre mixte, somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1. Par exemple, il sait que : ▸ $25\ \% = \frac{25}{100} = 0{,}25 = \frac{1}{4}$; $35\ \% = \frac{35}{100} = 0{,}35 = \frac{7}{20}$; ▸ $\frac{6}{5} = 6 \times \frac{1}{5} = 5 \times \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 1 + \frac{1}{5} = \frac{12}{10} = 1{,}2$. L'élève est sensibilisé au choix d'une ou de plusieurs écritures adaptées à une situation donnée, que ce soit dans le cadre d'une opération à effectuer ou d'un problème à résoudre.
• Placer sur une demi-droite graduée un point dont l'abscisse est un nombre décimal. • Repérer un nombre décimal sur une demi-droite graduée.	La graduation de la demi-droite est adaptée aux nombres proposés.
• Comparer deux nombres décimaux. • Ordonner une liste de nombres décimaux.	Les signes d'inégalités larges $\leqslant$ et $\geqslant$ sont introduits à cette occasion. L'élève justifie les procédures utilisées pour comparer ou ranger des nombres décimaux en s'appuyant sur la signification de leur écriture décimale ou sur le placement des points associés sur une demi-droite graduée.
• Donner la valeur arrondie à l'unité, au dixième, ou au centième d'un nombre décimal. • Déterminer ou connaitre la valeur arrondie de certains nombres non décimaux. • Encadrer un nombre décimal par deux nombres décimaux, intercaler un nombre décimal entre deux nombres décimaux.	En lien avec la division décimale posée l'élève comprend par exemple, que $\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal et que 0,33 en est la valeur arrondie au centième. Il sait aussi que π n'est pas un nombre décimal, et que 3,14 en est la valeur arrondie au centième. L'élève justifie les procédures utilisées pour encadrer ou intercaler des nombres décimaux en s'appuyant sur la signification de leur écriture décimale ou sur le placement des points associés sur une demi-droite graduée.
• Additionner et soustraire des nombres décimaux.	L'élève entretient les connaissances qu'il a acquises au cours moyen et les mobilise dans le cadre de la résolution de problèmes. Il identifie les opérations à effectuer. Tant qu'il en éprouve le besoin, il s'appuie sur des représentations, comme par exemple les schémas en barre. L'élève effectue des additions et des soustractions en les posant par écrit ou mentalement, selon les nombres en jeu. Il estime *a priori* le résultat de l'opération, et le contrôle *a posteriori*.
• Multiplier un nombre entier ou un nombre décimal par 0,1, par 0,01, et par 0,001. • Connaitre le lien avec la division	L'élève sait que multiplier un nombre par 0,1 revient à en prendre le dixième, en lien avec les fractions et les conversions d'unités de mesure.

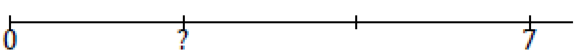
par 10, 100 et par 1 000.	L'élève constate que, lorsqu'on multiplie un nombre décimal par 0,1, le résultat obtenu est dix fois plus petit que le nombre initial. Il est ainsi sensibilisé au fait que « multiplier » ne signifie pas toujours « rendre plus grand ». L'élève mémorise les résultats suivants : ▸ $10 \times 0{,}1 = 100 \times 0{,}01 = 1\,000 \times 0{,}001 = 1$; ▸ $0{,}1 \times 10 = 0{,}01 \times 100 = 0{,}001 \times 1\,000 = 1$; ▸ $10 \times 0{,}01 = 0{,}01 \times 10 = 100 \times 0{,}001 = 0{,}1$; ▸ $0{,}001 \times 10 = 10 \times 0{,}001 = 0{,}01$; ▸ $0{,}1 \times 0{,}1 = 0{,}01$; $0{,}1 \times 0{,}01 = 0{,}001$; $0{,}01 \times 0{,}1 = 0{,}001$. L'élève comprend et mémorise le lien entre la division par 10, 100, ou 1 000 et la multiplication par 0,1, par 0,01, par 0,001. Il verbalise que « multiplier par 0,1 c'est diviser par 10 ; que multiplier par 0,01 c'est diviser par 100 ; que multiplier par 0,001 c'est diviser par 1 000 ».
• Comprendre le sens de la multiplication de deux nombres décimaux. • Calculer le produit de deux nombres décimaux. • Contrôler les résultats à l'aide d'ordres de grandeur. • Résoudre des problèmes mettant en jeu des multiplications entre des nombres décimaux.	Le sens à attribuer à la multiplication de deux nombres décimaux sort du cadre de l'itération d'une addition. Il s'appuie, dans un premier temps, sur l'aire d'un rectangle et les conversions d'unité. Par exemple, la multiplication de 3,7 par 2,9, est illustrée par le calcul de l'aire d'un rectangle de 3,7 dm de longueur et 2,9 dm de largeur. L'élève convertit ces dimensions en centimètre. Le produit des deux entiers 37 et 29, qui est la mesure de l'aire en cm^2 est ensuite convertie en dm^2 et fournit le résultat de la multiplication de 3,7 par 2,9. L'élève contrôle systématiquement le résultat obtenu à l'aide d'un ordre de grandeur. Ainsi, il sait *a priori* que le produit $3{,}7 \times 2{,}9$ est proche de $4 \times 3 = 12$ (ou qu'il est de l'ordre de 10), ce qu'il vérifie *a posteriori*. La référence à l'aire du rectangle permet de justifier que $3{,}7 \times 2{,}9 = 2{,}9 \times 3{,}7$. La propriété de commutativité est généralisée au produit de tous les décimaux. Pour automatiser la connaissance de cette procédure l'élève calcule tout autant des produits du type $8{,}2 \times 0{,}01$ que du type $0{,}01 \times 8{,}2$. Une fois que ce sens de la multiplication, qui sort du cadre d'une addition itérée, est compris par l'élève, celui-ci effectue des multiplications qui peuvent mobiliser les propriétés d'associativité et de commutativité. Sans en citer le nom, le professeur les explicite comme, par exemple pour les calculs suivants : ▸ $0{,}4 \times 3 = (0{,}1 \times 4) \times 3 = 0{,}1 \times (4 \times 3) = 0{,}1 \times 12 = 1{,}2$ ▸ $0{,}4 \times 0{,}3 = (0{,}1 \times 4) \times (0{,}1 \times 3) = 0{,}1 \times 4 \times 0{,}1 \times 3 = 0{,}012$ ▸ $0{,}1 \times 0{,}1 \times 4 \times 3 = (0{,}1 \times 0{,}1) \times (3 \times 4) = 0{,}01 \times 12 = 0{,}12$ Il est essentiel que l'automatisation du positionnement de la virgule dans le résultat d'une multiplication soit précédée par ce type de décompositions. Lors de la résolution d'un problème dont l'objectif est de travailler le sens de la multiplication et non pas sa technique, ou dans le cas de calculs chronophages, l'élève peut, selon ses besoins, disposer d'une calculatrice.
• Diviser un nombre décimal par un nombre entier non nul inférieur à 10. • Résoudre des problèmes mettant en jeu des divisions décimales.	L'algorithme de la division posée, étudié au cours moyen, avec un dividende décimal et un diviseur inférieur à 10, est entretenu. Il était limité au cas où on s'arrête au plus tard au centième avec un reste nul, comme, par exemple, pour effectuer $9\,855 \div 6$; $7\,854 \div 8$ ou $986{,}3 \div 5$.

	En 6e, on élargit ce cadre avec l'objectif de faire comprendre à l'élève deux aspects essentiels liés aux fractions : ▸ lorsque l'algorithme de la division décimale de *a* par *b* s'arrête, la fraction $\frac{a}{b}$ est un nombre décimal, par exemple, la division posée 9 855 ÷ 6 dont le résultat est 1 642,5. La fraction $\frac{9\,855}{6}$ est donc un nombre décimal ; ▸ l'algorithme de certaines divisions posées ne s'arrête jamais, par exemple pour 10 ÷ 3 ou 73 ÷ 6. L'élève comprend que ce résultat est lié au fait que les fractions $\frac{10}{3}$ et $\frac{73}{6}$ ne sont pas des nombres décimaux. Le sens de la division comme opération inverse de la multiplication, vu sur les nombres entiers au cours élémentaire, est étendu aux décimaux non entiers. Ainsi, l'élève sait que, pour tout nombre décimal *a*, et tout nombre entier *b* non nul : $(a \div b) \times b = a$ et $(a \times b) \div b = a$. L'élève identifie les situations relevant d'une division : le calcul d'une part ou celui du nombre de parts. Par exemple : ▸ il sait quelle opération poser et il effectue le calcul permettant de déterminer, s'il verse 1,5 L de jus d'orange dans 8 verres de façon équitable, combien de centilitres contiendra chaque verre ; ▸ il sait quelle opération poser et il effectue le calcul permettant de déterminer combien de verres de 20 cL sont contenus dans une bouteille de 1,5 L de jus d'orange. Il interprète le résultat (7 verres et demi) dans le contexte de l'exercice. Concernant la technique, l'élève a éventuellement recours à la calculatrice dans le cadre de la résolution d'un problème mettant en jeu un diviseur qui est un nombre entier ayant au moins deux chiffres. Par exemple, il peut utiliser une calculatrice pour résoudre l'exercice suivant : Léa a payé 57,40 € pour 35 L d'essence. Quel est le prix d'un litre d'essence ? En revanche, il sait résoudre sans calculatrice l'exercice suivant : Léo a acheté un coupon de tissu dont le prix est 3 € le mètre. Il a payé 15,60 €. Quelle est la longueur du coupon acheté ?
• Effectuer la division euclidienne d'un nombre entier par un nombre entier inférieur à 100. • Résoudre des problèmes mettant en jeu des divisions euclidiennes.	Au cours moyen, l'élève a appris à effectuer, en la posant, la division euclidienne d'un nombre entier par un nombre entier inférieur à 10. En 6e, le cadre est élargi, à la division euclidienne par un nombre entier inférieur à 100. Lors des différentes étapes de l'algorithme, la verbalisation d'expressions du type « combien de fois peut-on mettre *b* dans *a* ? » ou encore « combien de fois *a* contient-il *b* ? » permet de conforter le sens « quotition » de la division. Lorsque l'opération est effectuée, l'élève désigne le dividende, le diviseur, le quotient et le reste. L'élève reconnait, par exemple, que les problèmes suivants relèvent d'une division euclidienne. Ainsi, il détermine : ▸ le nombre de verres de 20 cL contenus dans une bouteille de 1,25 L de jus d'orange ; ▸ le nombre de bouquets de 18 roses qu'un fleuriste peut faire à partir de 295 roses ; ▸ le nombre de bus de 45 places nécessaires pour transporter jusqu'aux bâtiments de l'aéroport les 536 passagers d'un avion.

	Il sait interpréter les résultats obtenus et peut insérer les unités dans la présentation de ses calculs. Par exemple, il peut écrire 295 roses = 16 × 18 roses + 7 roses. L'élève fait le lien entre division euclidienne et conversion d'unités de durée (par exemple, transformation de minutes en heures et minutes). Il sait utiliser une division euclidienne pour écrire une fraction sous la forme d'un nombre mixte.

Les fractions

Le sens quotient d'une fraction

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
• Relier une fraction au résultat exact de la division de son numérateur par son dénominateur.	L'élève constate que la fraction $\frac{a}{b}$ est égale au résultat, de la division de l'entier *a* par l'entier *b* non nul dans des cas particuliers : ▸ lorsque *a* est un multiple de *b* ; ▸ lorsque $a \div b$ est un nombre décimal non entier. Par exemple, il sait que $\frac{3}{4} = 0{,}75$ et constate que $3 \div 4 = 0{,}75$ en posant la division décimale de 3 par 4. Il interprète alors la fraction $\frac{3}{4}$ comme le quart de 3. L'élève apprend que, pour tout entier *a* et tout entier *b* non nul, la fraction $\frac{a}{b}$ est le résultat exact de la division de *a* par *b*. Le cas particulier $b = 1$ est explicité. L'élève sait que $\frac{a}{1} = a \div 1 = a$.
• Comprendre et connaitre la définition du quotient d'un entier *a* par un entier *b* non nul. • Compléter des égalités à trou multiplicatives.	L'élève constate que $b \times \frac{a}{b} = a$ dans des cas particuliers : ▸ lorsque *a* est un multiple de *b* ; ▸ lorsque $\frac{a}{b}$ est un nombre décimal non entier. L'égalité $\frac{a}{b} = a \div b$ et le fait que la multiplication est l'opération inverse de la division permettent d'institutionnaliser le résultat et de le verbaliser sous la forme « Le quotient de *a* par *b* est le nombre qui, multiplié par *b*, donne *a* ». La commutativité du produit d'un entier par une fraction, justifiée par son interprétation comme aire d'un rectangle, permet d'écrire $b \times \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \times b = a$. L'élève utilise la notion de quotient et la propriété de commutativité pour compléter des égalités à trou des types : $b \times \ldots = a$; $\ldots \times b = a$, où *a* est un entier et *b* un entier non nul. Il importe de proposer aux élèves des égalités à trou leur permettant de comprendre que, dans certains cas, l'écriture fractionnaire est la seule manière de représenter le nombre manquant.
• Placer une fraction sur une demi-droite graduée dans des cas simples. • Graduer un segment de longueur donnée.	L'élève sait placer la fraction $\frac{a}{b}$ sur une demi-droite dont la graduation est adaptée. Par exemple, il détermine l'abscisse inconnue sachant que les graduations sont régulièrement espacées. 

	Selon la graduation souhaitée, l'élève sait effectuer des pliages d'une bande de papier (en 2, 4 ou 8) ou utiliser un guide-âne pour graduer un segment de longueur donnée. Il écrit la valeur de chaque graduation sous forme fractionnaire.
• Savoir que la fraction $\frac{a}{b}$ peut représenter un nombre entier, un nombre décimal non entier ou un nombre non décimal.	L'élève connait quelques fractions qui représentent des nombres non décimaux. En lien avec le domaine « Géométrie », il admet que le nombre π ne peut pas s'écrire sous la forme d'une fraction.

La fraction comme opérateur multiplicatif

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
• Utiliser une multiplication pour appliquer une fraction à un nombre entier.	En début d'apprentissage, l'élève verbalise des calculs du type : $\frac{2}{5}$ de 60, c'est 2 cinquièmes de 60, c'est-à-dire 2 fois un cinquième de 60, c'est-à-dire 2 fois $\frac{60}{5}$; ainsi : $\frac{2}{5} \times 60 = 2 \times \frac{60}{5} = 2 \times 12 = 24$. Ou : $\frac{5}{4}$ de 3, c'est 5 quarts de 3, c'est-à-dire 5 fois un quart de 3, c'est-à-dire 5 fois $\frac{3}{4}$, soit $5 \times \frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4} = \frac{15}{4}$. Le professeur peut, selon des besoins des élèves, faire apparaitre sur des exemples du type précédent que pour *a*, *b*, *c* (non nul), « $\frac{b}{c}$ de *a* » est égal à $\frac{b}{c} \times a$ et à $a \times \frac{b}{c}$ qui est aussi égal à $\frac{b \times a}{c}$ et à $b \times \frac{a}{c}$. Le résultat est institutionnalisé sous la forme : « Pour calculer une fraction d'un nombre entier, on multiplie la fraction par le nombre ». L'élève est fortement encouragé, avant d'effectuer la multiplication, à simplifier la fraction $\frac{a}{c}$, notamment quand c'est un nombre entier, comme pour le calcul de $\frac{2}{5}$ de 60.

Comparer des fractions

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
• Établir des égalités de fractions.	L'élève sait, par exemple, justifier pourquoi $\frac{7}{3}$ est égal $\frac{14}{6}$, en s'appuyant sur une représentation de chacune de ces fractions ou en comparant leur placement sur deux demi-droites graduées, l'une en tiers et l'autre en sixièmes de la même unité. Le résultat est institutionnalisé sous la forme « Le nombre représenté par une fraction ne change pas quand on multiplie ou quand on divise le numérateur et le dénominateur de celle-ci par un même nombre non nul ». L'élève sait, par exemple, répondre à la question suivante, en justifiant sa réponse : « Parmi les fractions $\frac{4}{7}$, $\frac{35}{20}$, $\frac{15}{18}$, $\frac{70}{40}$, $\frac{21}{28}$, quelles sont celles qui sont égales à $\frac{7}{4}$? ». L'élève sait compléter des égalités du type : $\frac{2}{3} = \frac{...}{9}$ ou $\frac{4}{7} = \frac{28}{...}$. L'automatisation des tables de multiplication est mobilisée à cette occasion.
• Comparer et encadrer des fractions. • Ordonner une liste de nombres écrits sous forme de fractions ou	L'élève sait comparer deux fractions de même dénominateur. L'élève sait comparer deux fractions de même numérateur.

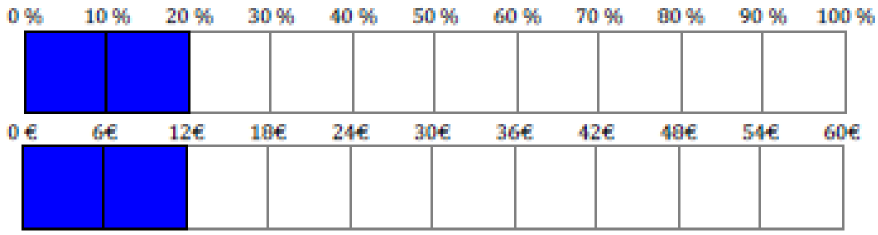
de nombres mixtes.	Il sait comparer une fraction à 1 de manière automatique et utilise ce moyen pour comparer certaines fractions comme, par exemple, $\frac{7}{8}$ et $\frac{10}{9}$. Il compare certaines fractions à $\frac{1}{2}$ comme, par exemple $\frac{5}{12}$ et $\frac{6}{11}$. L'élève sait encadrer une fraction par deux entiers consécutifs, notamment à l'aide de son écriture sous forme de nombre mixte. Il sait, par exemple, ordonner dans l'ordre croissant une liste de nombres comme : 1, $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{99}{100}$, $1 + \frac{1}{3}$.

Effectuer des opérations sur les fractions

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
• Additionner et soustraire des fractions. • Multiplier une fraction par un nombre entier.	L'élève sait additionner et soustraire des fractions de même dénominateur ou de dénominateurs multiples l'un de l'autre. Il sait additionner et soustraire des fractions de dénominateurs quelconques dans des cas simples. Par exemple, il sait calculer : $\frac{5}{4} + \frac{2}{3}$; $\frac{7}{2} - \frac{3}{5}$. L'élève sait calculer le produit d'une fraction par un nombre entier, et connait sa propriété de commutativité.
• Résoudre des problèmes mettant en jeu des fractions. • Inventer des problèmes mettant en jeu des fractions.	Par exemple, l'élève sait résoudre le problème suivant : « Mia a découpé son gâteau d'anniversaire en parts de différentes tailles. Leïla choisit une part égale au quart du gâteau et Léo choisit une part égale au sixième du gâteau. Quelle fraction du gâteau reste-t-il pour les autres invités ? » Par exemple, l'élève invente un problème dont la résolution nécessite le calcul de $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$ suivi de la soustraction de son choix.

Pourcentages

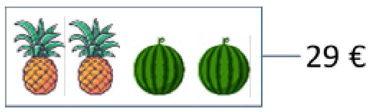
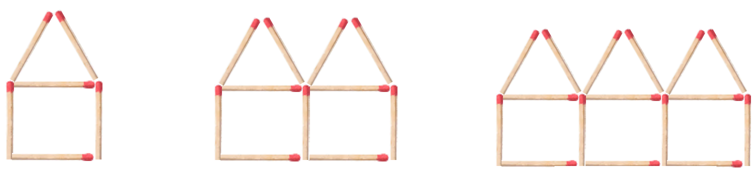
Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
• Comprendre le sens d'un pourcentage. • Calculer une proportion (rapport entre une partie et le tout) et l'exprimer sous forme de pourcentage dans des cas simples. • Appliquer un pourcentage à une grandeur ou à un nombre.	L'élève s'appuie sur la verbalisation pour comprendre le sens d'un pourcentage, en lien avec la proportionnalité. Par exemple, il sait que, si un aliment contient 42 % de glucides, alors « pour 100 g » de cet aliment, il y a 42 g de glucides. Il en déduit que 200 g de cet aliment contiennent 84 g de glucides et que 50 g de cet aliment en contiennent 21 g. L'élève sait calculer une proportion et l'exprimer sous forme de pourcentage dans le cas où le dénominateur est un diviseur ou un multiple de 100. Il sait, par exemple, calculer le pourcentage de boules blanches dans un sac contenant 2 boules blanches et 8 boules noires et l'exprimer en pourcentage. Il sait, par exemple, exprimer en pourcentage la proportion d'élèves demi-pensionnaires dans un collège de 400 élèves dont 120 sont demi-pensionnaires. L'élève sait qu'une proportion est toujours inférieure ou égale à 1. *a* % ayant été défini comme une nouvelle écriture de la fraction $\frac{a}{100}$, l'application d'un pourcentage à un nombre est un cas particulier de l'application d'une fraction à un nombre.

<table>
<tr><td></td><td>Ainsi, l'élève sait que, pour déterminer a % d'un nombre entier c, on calcule $\frac{a}{100} \times c$.
Les élèves qui en ont besoin peuvent utiliser, en début d'apprentissage, une échelle de pourcentage pour calculer un pourcentage simple d'une grandeur.
Par exemple, pour calculer 20 % de 60 € :

</td></tr>
</table>

Algèbre

Résoudre des problèmes mettant en jeu des nombres inconnus

<table>
<tr><th>Objectifs d'apprentissage</th><th>Exemples de réussite</th></tr>
<tr><td>• Utiliser des modèles pré-algébriques pour résoudre des problèmes algébriques.</td><td>En utilisant un schéma en barres pour traduire les relations entre les nombres inconnus, l'élève résout des problèmes comme, par exemple, le suivant :
▸ Pour la fête d'un village, on organise une course cycliste. Une prime totale de 320€ sera répartie entre les trois premiers coureurs. Le premier touchera la prime d'or, le deuxième la prime d'argent et le troisième la prime de bronze. La prime d'or s'élève à 70€ de plus que la prime d'argent et la prime de bronze à 80€ de moins que la prime d'argent. Quelle est la prime de chacun des trois premiers coureurs ?
L'élève résout des problèmes comme dans l'exemple suivant :
▸ En utilisant les prix indiqués ci-dessous, déterminer le prix d'une pastèque et celui d'un ananas.



</td></tr>
<tr><td>• Identifier la structure d'un motif évolutif en repérant une régularité et en identifiant une structure.</td><td>L'élève résout des problèmes comme, par exemple, le suivant :
On fabrique des petites maisons avec des allumettes, comme indiqué sur le dessin ci-dessous :

Étape 1 Étape 2 Étape 3
Combien faut-il d'allumettes pour réaliser :
▸ 1 maison ?
▸ 4 maisons ?
▸ 25 maisons ?</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>L’élève identifie une relation entre le nombre de maisons et le nombre d’allumettes, par exemple en organisant ses calculs dans un tableau :

Nombre de maisons	Nombre d’allumettes
1	6
2	$11 = 6 + 1 \times 5$
3	$16 = 6 + 2 \times 5$
4	$16 = 6 + 3 \times 5$
…	
25	$6 + 24 \times 5 = 126$

</td>
</tr>
</table>

Grandeurs et mesures

Les longueurs

<table>
<tr>
<th>Objectifs d’apprentissage</th>
<th>Exemples de réussite</th>
</tr>
<tr>
<td>

- Savoir que le périmètre du disque est proportionnel à son diamètre.
- Connaitre la formule du périmètre d’un disque.
- Calculer le périmètre d’un disque.

</td>
<td>

L’élève admet que, pour tous les disques, le rapport entre leur périmètre et leur diamètre est un nombre constant noté π.

Le professeur indique que le nombre π n’est pas un nombre décimal, et qu’il ne peut pas, non plus, s’écrire sous forme de fraction.

L’élève procède à des mesures expérimentales pour déterminer des valeurs décimales approchées du nombre π. Il sait que 3,14 en est l’arrondi au centième.

Après plusieurs calculs en situation au cours desquels il verbalise en langage naturel « le périmètre d’un disque est égal au produit du nombre π par son diamètre », l’élève écrit et apprend les formules $P = \pi \times D$; $P = 2 \times \pi \times R$, où D est le diamètre du disque, R son rayon et P son périmètre.

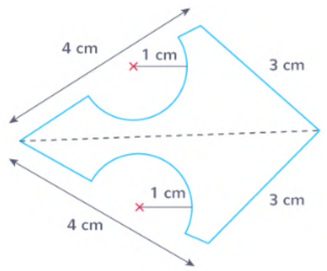
Dans les formules, l’élève substitue à la lettre D ou à la lettre R une longueur pour calculer le périmètre d’un disque donné.

</td>
</tr>
<tr>
<td>

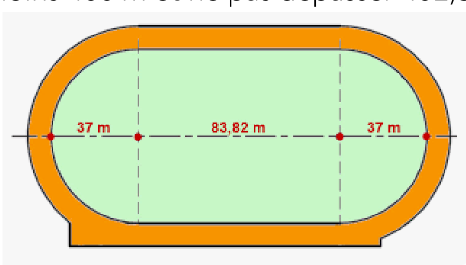
- Calculer des périmètres de figures composées.
- Résoudre des problèmes impliquant des longueurs.

</td>
<td>

L’élève calcule le périmètre de figures dont le contour contient des cercles ou des portions de cercles comme, par exemple :



Par exemple, l’élève détermine si la piste représentée ci-dessous par la bande orange sera homologuée, sachant qu’un tour complet intérieur doit mesurer au moins 400 m et ne pas dépasser 402,3 m.



</td>
</tr>
</table>

Les aires

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
• Effectuer des conversions d'aire.	L'élève sait que 1 mm^2 est l'aire d'un carré de 1 mm de côté et que 1 km^2 est l'aire d'un carré de 1 km de côté. L'élève convertit en m^2 (respectivement en dm^2) une aire donnée en dm^2 (respectivement en cm^2) et inversement. Par exemple, l'élève convertit 3,7 m^2 en dm^2 en s'appuyant sur l'égalité 1 m^2 = 100 dm^2. Il convertit 370 cm^2 en dm^2, en verbalisant que la mesure en dm^2 est 100 fois plus petite que la mesure en cm^2, ou que 1 cm^2 est le centième de 1 dm^2. Le recours à un tableau de conversion est déconseillé à ce stade de l'apprentissage. Les autres conversions d'aire ne figurent pas au programme.
• Connaitre la formule de l'aire d'un carré ou d'un rectangle. • Calculer l'aire d'un carré ou d'un rectangle.	L'élève verbalise la formule de l'aire d'un carré sous la forme « l'aire d'un carré est égal au produit de son côté par son côté ». Il l'écrit sous la forme « aire = côté × côté » avant de la formaliser sous la forme littérale $A = c \times c$. Il adopte une démarche similaire pour l'aire du rectangle. Le calcul numérique de l'aire d'un rectangle est exploité pour illustrer la commutativité de la multiplication entre deux nombres décimaux et entre un nombre entier et une fraction. En lien avec l'initiation à la pensée algébrique, l'élève utilise les formules du périmètre et de l'aire d'un rectangle dans lesquelles il substitue des valeurs numériques aux deux lettres. Cependant, le passage à la formule ne doit pas se faire prématurément

Les volumes

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
• Connaitre l'unité centimètre cube.	L'élève apprend que le centimètre cube est une unité de volume notée cm^3 et que 1 cm^3 est le volume d'un cube d'arête 1 cm.
• Comparer des volumes. • Déterminer un volume.	L'élève compare le volume de deux solides constitués d'assemblages de cubes identiques. L'élève détermine le volume d'un assemblage de cubes d'arête 1 cm.

Le repérage dans le temps et les durées

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
• Effectuer des calculs sur des horaires et des durées.	Les instants et les durées sont exprimés en jours, heures, minutes et secondes. L'élève détermine un instant initial, un instant final ou une durée, sur des exemples de la vie courante. Par exemple, il sait calculer l'heure de fin d'une séance de cinéma qui commence à 17 h 40 et qui dure 110 minutes ; il sait calculer la durée hebdomadaire de ses cours et l'exprimer en heures et minutes.
• Résoudre des problèmes impliquant des horaires, des durées.	Par exemple, l'élève résout un problème du type : D'après les informations ci-dessous : ▸ quel est le numéro du prochain bus ?

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

▸ dans combien de temps arrivera-t-il ?
▸ un ami te prévient qu'il te rejoindra dans 12 minutes. Pourrez-vous prendre ensemble le bus 303 ?

<table>
<tr><th>Bus</th><th>Heure de départ</th></tr>
<tr><td>70</td><td>17 h 30</td></tr>
<tr><td>179</td><td>17 h 25</td></tr>
<tr><td>185</td><td>17 h 54</td></tr>
<tr><td>303</td><td>17 h 42</td></tr>
<tr><td>321</td><td>17 h 50</td></tr>
<tr><td>325</td><td>17 h 24</td></tr>
</table>

</td>
</tr>
<tr>
<td>• Convertir des durées.</td>
<td>

L'élève sait répondre à des questions du type : « Combien font 609 h en semaines, jours et heures ? » ; « Combien font 34 990 s en heures, minutes et secondes ? » ; « Est-il plus long d'emprunter de l'argent à la banque sur 76 mois ou sur 5 ans ? ».
L'élève sait que :
▸ 0,5 h = $\frac{1}{2}$ h = 30 min ; 0,25 h = $\frac{1}{4}$ h = 15 min ;
▸ 0,75 h = $\frac{3}{4}$ h = 45 min ; 0,1 h = $\frac{1}{10}$ h = 6 min.
L'élève connait les écritures sexagésimale et décimale d'une durée. Dans le cadre de la résolution de problèmes, il passe de l'une à l'autre.

</td>
</tr>
</table>

Espace et géométrie

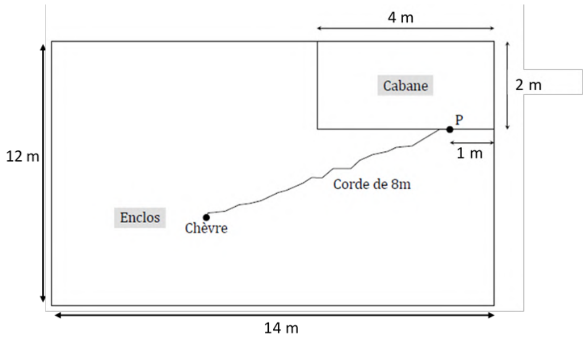
Étude de configurations planes

Distances

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
• Connaitre et utiliser la définition de la distance entre deux points. • Connaitre et utiliser la définition du milieu d'un segment.	La distance entre deux points A et B est définie comme la longueur du segment [AB]. Elle est notée AB. L'élève admet que le plus court chemin pour aller de A à B est le segment [AB]. Il en déduit que, pour tout point C, AC + CB ⩾ AB, l'égalité étant réalisée pour tous les points appartenant au segment [AB], et uniquement pour eux. L'élève reporte une distance, compare deux distances à l'aide d'un compas ou d'une mesure effectuée avec une règle graduée. L'élève connait la définition du milieu d'un segment et s'appuie sur elle pour le construire selon les outils dont il dispose : par pliage, en utilisant un guide-âne, une règle graduée ou un compas et une règle non graduée.

Cercles et disques

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
• Connaitre les définitions d'un cercle, d'un disque, d'un rayon, d'un diamètre, d'une corde.	Le cercle est défini comme l'ensemble des points équidistants d'un point appelé centre. Le disque est défini comme l'ensemble des points situés à une distance inférieure ou égale à un point donné appelé centre. L'élève distingue un cercle d'un disque. Le mot « rayon » désigne indifféremment un segment joignant un point du cercle à son centre et la longueur de ce segment. Le mot « diamètre » désigne indifféremment un segment joignant deux points du cercle et passant par son centre et la longueur de ce segment.

	Une corde d'un cercle est définie comme un segment reliant deux de ses points. L'élève sait que le diamètre est le double du rayon et qu'il est supérieur ou égal à la longueur de toutes les cordes.
• Comprendre la définition d'un cercle et celle d'un disque sous la forme d'ensembles de points.	L'élève sait interpréter géométriquement des égalités et des inégalités de distances à un point. Il sait que : ▸ si un point A appartient au cercle de centre O et de rayon 2 cm, alors OA = 2 cm et, si OB = 2 cm, alors le point B appartient au cercle de centre O et de rayon 2 cm. ▸ si un point D n'appartient pas au cercle de centre O et de rayon 2 cm, alors OD ≠ 2 cm et, si OE ≠ 2 cm, alors le point E n'appartient pas au cercle de centre O et de rayon 2 cm. Il admet alors que le cercle de centre O et de rayon 2 cm est l'ensemble des points situés à 2 cm de O. L'élève constate que : ▸ si OF ⩽ 2 cm, alors le point F appartient au disque de centre O et de rayon 2 cm ; ▸ si OG > 2 cm, alors le point G n'appartient pas au disque de centre O et de rayon 2 cm. Il admet alors que le disque de centre O et de rayon 2 cm est l'ensemble des points dont la distance à O est inférieure ou égale à 2 cm.
• Résoudre des problèmes mettant en jeu des distances à un point.	Par exemple, l'élève reproduit le schéma ci-dessous à l'échelle (1 cm sur le dessin représente 1 m dans la réalité) et détermine, en la hachurant, la zone de l'enclos dans laquelle peut brouter une chèvre attachée à une corde de 8 mètres de long fixée au point P. 

Médiatrice d'un segment

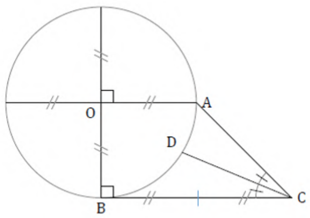
Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
• Connaitre la définition de la médiatrice d'un segment. • Comprendre et utiliser la propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment.	La médiatrice d'un segment est définie comme la droite perpendiculaire au segment **passant par** son milieu. L'élève observe, puis admet, que la médiatrice d'un segment est un axe de symétrie de ce segment. Il construit la médiatrice d'un segment par pliage. Il observe alors que, si un point est sur la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant de ses extrémités. L'élève observe également que, si un point n'est pas sur la médiatrice d'un segment, alors il est plus proche de l'une des extrémités que de l'autre. Il admet que, si un point est à égale distance des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

	L'élève connait la propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment qu'il verbalise sous la forme : « la médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants des extrémités de ce segment ». Il l'utilise pour justifier la construction de la médiatrice à l'aide d'un compas et d'une règle non graduée.
• Résoudre des problèmes en s'appuyant sur la propriété caractéristique de la médiatrice.	Par exemple, l'élève place le milieu d'une corde d'un cercle de centre connu en utilisant une équerre et justifie son raisonnement. Par exemple, l'élève détermine le centre inconnu d'un cercle et justifie sa construction en verbalisant le raisonnement sous-jacent.

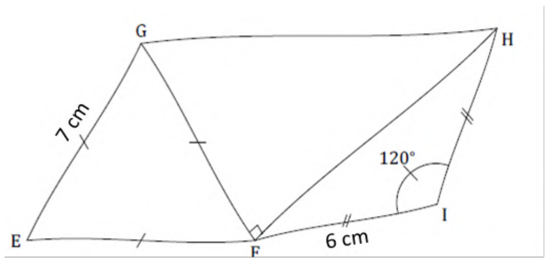
Angles

Objectifs d'apprentissage	Commentaires et exemples de réussite
• Connaitre et utiliser les angles ainsi que le lexique et les notations qui s'y rapportent : angle droit, angle plat, angle plein, angle nul, angle aigu, angle obtus, angles opposés par le sommet, angles adjacents, angles supplémentaires.	Deux demi-droites de même origine définissent deux secteurs angulaires, qu'on assimile à des angles : un angle saillant et un angle rentrant, ou deux angles plats. Hormis l'angle plein et l'angle plat, le programme se limite aux angles saillants. La notion mathématique d'angle peut être illustrée par l'ouverture d'un éventail, le déplacement de l'aiguille d'une horloge par rapport à une position fixe ou l'ouverture d'un compas. L'élève verbalise et utilise la notation adaptée pour désigner chacun des objets suivants : sommet, côté, demi-droites qui délimitent un angle. Pour noter les angles, selon les situations, il utilise les notations : $\widehat{ABC}$, $\widehat{A}$, $\widehat{xOy}$. L'élève compare des angles par superposition, avec un calque ou en utilisant un gabarit. En particulier, il sait déterminer si deux angles sont égaux. Il sait reproduire un angle donné en utilisant un gabarit. L'élève sait que deux droites sécantes se coupent en formant quatre angles saillants qui constituent deux paires d'angles opposés par le sommet. À l'aide d'un gabarit ou d'un rapporteur, il constate que deux angles opposés par le sommet sont de même mesure. Il admet et connait cette propriété. L'élève sait que, si deux droites sécantes se coupent en formant quatre angles égaux, alors les angles obtenus sont des angles droits. Par exemple, il fabrique un angle droit à l'aide d'une feuille de papier pliée en quatre. Il illustre les liens entre angle droit, angle plat et angle plein, à l'aide de cette feuille de papier. L'élève connait la définition des angles adjacents et celle des angles supplémentaires.
• Mesurer un angle. • Construire un angle de mesure donnée.	L'élève connait les mesures en degrés de l'angle droit et de l'angle plat. Il en déduit que l'angle plein mesure 360° et comprend que l'angle nul mesure 0°. Par pliage et superposition, l'élève partage l'angle plat en deux, en trois, en quatre ou en six angles deux à deux adjacents et égaux et associe une mesure aux angles obtenus. Il connait les mesures des angles de l'équerre qu'il utilise. Un angle mesurant 1° peut être obtenu à partir du partage de l'angle plat en 180 angles deux à deux adjacents et égaux. L'élève utilise un rapporteur pour mesurer un angle en degré, pour comparer deux angles, pour construire un angle de mesure donnée en degré. En lien avec les déplacements, il relie quart de tour à angle droit, demi-tour à angle plat, tour complet à angle plein, et connait les mesures en degrés de chacun de ces angles.

Bissectrice d'un angle saillant

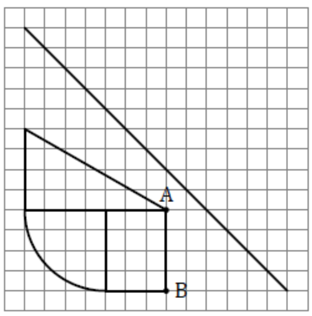
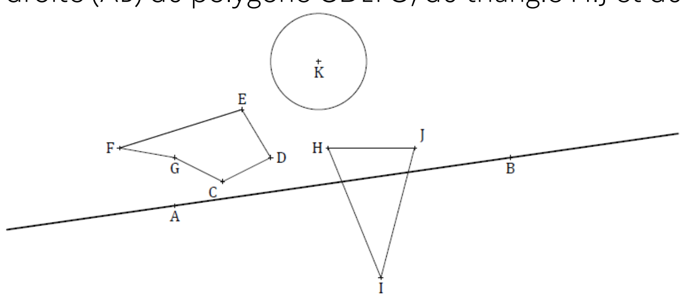
Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
• Connaitre la définition de la bissectrice d'un angle saillant. • Utiliser la définition de la bissectrice d'un angle pour effectuer des constructions et résoudre des problèmes.	La bissectrice d'un angle saillant est définie comme la droite qui partage cet angle en deux angles adjacents égaux. L'élève observe, puis admet, que la bissectrice d'un angle est l'axe de symétrie de cet angle. L'élève construit la bissectrice d'un angle par pliage, puis à l'aide d'un rapporteur. Par exemple, l'élève élabore un programme de construction permettant à un camarade de reproduire la figure suivante représentant une tête d'oiseau. 

Triangles

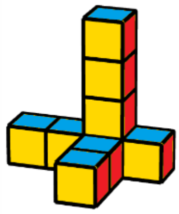
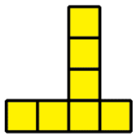
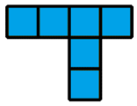
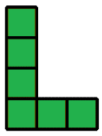
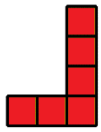
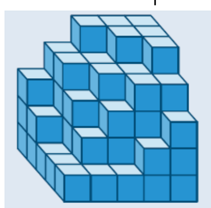
Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
• Construire des triangles. • Connaitre et utiliser les propriétés angulaires des triangles particuliers : triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral.	L'élève dessine à main levée un triangle en faisant figurer le codage correspondant aux données de l'énoncé. L'élève construit un triangle connaissant : ▸ les longueurs des trois côtés, lorsque la construction est possible ; ▸ les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés ; ▸ la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents. L'élève connait et utilise les codes pour les angles droits et pour les égalités d'angles. Il connait la définition et la caractérisation sous la forme d'égalité d'angles d'un triangle isocèle et d'un triangle équilatéral.
• Connaitre la valeur de la somme des mesures des angles d'un triangle. • L'utiliser pour calculer des angles, effectuer des constructions et résoudre des problèmes.	L'élève s'appuie sur l'accolement de triangles identiques pour constater que la somme des angles d'un triangle est un angle plat avant d'admettre ce résultat. L'élève démontre que, dans un triangle équilatéral, chaque angle mesure 60° et il connait ce résultat. L'élève sait calculer la mesure des trois angles d'un triangle isocèle à partir de l'une d'elles. Par exemple, l'élève construit un triangle ABC isocèle en A, sachant que AB = 4 cm et $\widehat{BAC}$=30°. Par exemple, à l'aide d'instruments géométriques, l'élève reproduit la figure à main levée ci-dessous et détermine, en le justifiant, si les points E, F et I sont alignés. 

• Savoir que les médiatrices d'un triangle sont concourantes. • Connaitre et construire le cercle circonscrit à un triangle.	L'élève comprend pourquoi les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes et il est capable de restituer les arguments de la preuve de ce résultat. Il en déduit l'existence du cercle circonscrit à un triangle et sait le construire.

Symétrie axiale

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
• Connaitre la définition du symétrique d'un point par rapport à une droite. • Connaitre et utiliser les propriétés de la symétrie axiale pour effectuer des constructions.	Le passage au papier uni nécessite de donner la définition du symétrique d'un point par symétrie axiale. Étant donnés une droite (d) et un point M n'appartenant pas à (d), l'élève sait que le symétrique de M par rapport à (d) est le point M′ tel que (d) est la médiatrice du segment [MM′]. Il sait également que, si le point M appartient à (d), alors il est son propre symétrique. L'élève sait que si M′ est le symétrique de M, alors M est le symétrique de M′. L'élève constate par pliage la conservation des distances par une symétrie axiale, avant d'admettre et d'utiliser cette propriété. Il constate sur des figures la conservation des angles par une symétrie axiale, avant d'admettre et d'utiliser cette propriété. L'élève sait que le symétrique d'un point est un point, que le symétrique d'une droite (respectivement d'une demi-droite) est une droite (respectivement une demi-droite), que le symétrique d'un segment est un segment de même longueur, que le symétrique d'un angle est un angle de même mesure, que le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon. L'élève construit le symétrique d'un point ou d'une figure simple en utilisant des instruments et un support imposés (équerre et règle graduée ; équerre et compas ; compas seul ; papier quadrillé ; papier pointé ou papier uni). Pour tracer, par exemple, l'image de la figure suivante, l'élève est capable de dire que, la symétrie axiale conservant les longueurs et les mesures des angles, il suffit de placer les symétriques des points A et B puis d'utiliser le quadrillage pour terminer sa construction.  Sur papier uni, l'élève construit, par exemple, les figures symétriques par rapport à la droite (AB) du polygone CDEFG, du triangle HIJ et du cercle de centre K. 

La vision dans l’espace

Objectifs d’apprentissage	Exemples de réussite
• Voir dans l’espace des assemblages de cubes.	L’élève interprète différentes représentations planes d’un assemblage de cubes : dessin à main levée, perspective cavalière, patron. À partir de la manipulation d’un assemblage de cubes ou d’une représentation comme la figure ci-contre, l’élève trace à main levée ou sur du papier quadrillé les différentes vues de cet assemblage : vue de dessus, vue de face, vue de gauche, vue de droite.  Inversement, quatre vues d’un assemblage de cubes lui étant fournies comme, par exemple, celles ci-dessous, l’élève choisit parmi les représentations de plusieurs assemblages, celle qui correspond à ces vues. Vue de face  Vue de dessus  Vue de gauche  Vue de droite  Par exemple, l’élève résout des problèmes de dénombrement comme la recherche du nombre de cubes dans l’empilement ci-dessous. 

Organisation et gestion de données et probabilités

Organisation et gestion de données

Objectifs d’apprentissage	Exemples de réussite
• Planifier une enquête et recueillir des données. • Réaliser des mesures et les consigner dans un tableau.	L’élève mène seul, en binôme, ou à l’intérieur d’un groupe plus large, une enquête statistique portant sur la répartition d’un caractère dans une population. Pour cela, il définit la population à étudier, élabore un questionnaire et recueille les données, qu’il met éventuellement en commun avec ses camarades avant de les compiler dans un tableau. L’élève réalise des mesures destinées à étudier l’évolution d’une grandeur en fonction d’une autre. Il consigne les résultats dans un tableau, puis les représente dans un repère par un ensemble de points. Il adapte le choix de l’origine et d’une graduation de chacun des axes aux mesures.

<table>
<tr><td>

- Construire un tableau simple pour présenter des données (observations, caractères).

</td><td>

Par exemple, l'élève construit un tableau en colonnes pour organiser les informations contenues dans le texte suivant, en précisant le titre de chaque colonne.

« Des élèves ont relevé des températures et des taux d'hygrométrie dans la cour du collège à différentes heures d'une journée. À 8 h, il faisait 12 °C et il y avait 75 % d'humidité dans l'air ; à 10 h, la température était de 18 °C et le taux d'hygrométrie de 61 % ; à 12 h, la température était de 24 °C et le taux d'hygrométrie de 43 %, et enfin à 16 h, la température était de 22 °C et le taux d'hygrométrie de 42 %. »

</td></tr>
<tr><td>

- Faire un choix en filtrant les données d'un tableau selon un critère.

</td><td>

Le tableau suivant est extrait d'un site de covoiturage :

Paris – Les Sables d'Olonne : jeudi 1er juillet

<table>
<tr><th>Conducteur</th><th>Voiture</th><th>Départ</th><th>Arrivée</th><th>Tarif</th></tr>
<tr><td>Romain</td><td>Citroën C5</td><td>7 h 30</td><td>12 h 40</td><td>25,00 €</td></tr>
<tr><td>Freddy</td><td>Ford Fiesta</td><td>8 h 00</td><td>12 h 50</td><td>22,00 €</td></tr>
<tr><td>Isa</td><td>Peugeot 208</td><td>8 h 20</td><td>13 h 10</td><td>24,00 €</td></tr>
<tr><td>Séverine</td><td>Ford SMax</td><td>8 h 30</td><td>13 h 15</td><td>25,00 €</td></tr>
<tr><td>Éric</td><td>Fiat Bravo</td><td>8 h 40</td><td>13 h 30</td><td>26,00 €</td></tr>
</table>

L'élève compare les meilleurs choix pour aller de Paris aux Sables d'Olonne selon le critère retenu.

</td></tr>
</table>

Les probabilités

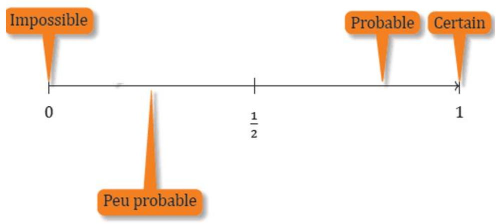
<table>
<tr><th>Objectifs d'apprentissage</th><th>Exemples de réussite.</th></tr>
<tr><td>

- Savoir que la probabilité d'un évènement est un nombre compris entre 0 et 1.

</td><td>

L'élève sait positionner un évènement sur une échelle de probabilité graduée de 0 à 1 en interprétant la situation. Par exemple :

- obtenir un 7 en lançant un dé à six faces numérotées de 1 à 6 ;
- obtenir un nombre entier compris entre 1 et 6 inclus en lançant un dé à six faces ;
- obtenir pile en lançant une pièce équilibrée ;
- ne pas obtenir la bonne combinaison au loto ;
- obtenir 10 fois de suite la valeur 1 en lançant un dé à six faces.



L'élève sait que la probabilité d'un évènement impossible vaut 0 et que celle d'un évènement certain vaut 1.

Il fait le lien entre l'expression « une chance sur quatre » employée au cours moyen et la probabilité $\frac{1}{4}$ (qui peut se lire 1 sur 4).

</td></tr>
<tr><td>

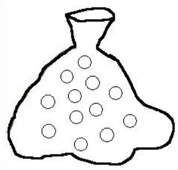
- Calculer des probabilités dans des situations simples d'équiprobabilité.

</td><td>

L'élève sait qu'une probabilité peut s'exprimer sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage.

Par exemple, il calcule la probabilité d'obtenir une boule noire en piochant au hasard, sans regarder, une boule dans une urne contenant 3 boules noires et 7 boules blanches.

L'élève colorie chacune des billes du sac ci-contre, soit en rouge, soit en bleu, de façon à ce que la probabilité d'obtenir une bille bleue lorsqu'on tire au hasard, sans regarder, une bille du sac, soit égale à $\frac{1}{4}$ ou à 25 % ou à 0,25.



</td></tr>
</table>

• Comparer des résultats d'une expérience aléatoire répétée à une probabilité calculée.	L'élève répète une même expérience aléatoire plusieurs fois, dans des conditions similaires, et calcule des proportions. Par exemple, chaque élève de la classe lance 20 fois de suite deux pièces de monnaie et note à chaque lancer le résultat obtenu (qui peut être deux fois FACE, une fois PILE et une fois FACE ou deux fois PILE). Tous les résultats obtenus sont mis en commun afin de calculer la proportion d'apparition de « deux fois PILE » parmi l'ensemble de tous les résultats obtenus. Cette proportion est comparée à la probabilité d'obtenir « deux fois PILE » vue au cours moyen.

La proportionnalité

Objectifs d'apprentissage	Exemples de réussite
• Connaitre la définition de la proportionnalité entre deux grandeurs et la mettre en lien avec des expressions de la vie courante. • Identifier si une situation relève du « modèle » de la proportionnalité.	L'élève sait que deux grandeurs sont proportionnelles si, en multipliant les mesures de l'une par un même nombre (non nul), on obtient les mesures de l'autre. Il sait que des locutions du type « prix au kilo » ou « nombre de feuilles imprimées par minute » traduisent la proportionnalité des grandeurs évoquées. L'élève est sensibilisé au « modèle » de la proportionnalité. Par exemple, des questions comme les suivantes donnent lieu à un débat au sein de la classe. ▸ Un paquet de gâteaux coute habituellement 1,20 €. Lors d'une promotion, un magasin propose la vente de ces gâteaux par lots de 4 paquets. Peut-on prévoir le prix du lot ? ▸ Si on connait le nombre de véhicules ayant franchi un péage entre 7 h du matin et 7 h 15, peut-on prévoir le nombre de véhicules qui le franchiront entre 7 h et 7 h 30 ? Et entre 12 h et 12 h 30 ? ▸ La hauteur classique des marches d'un escalier varie entre 17 cm et 19 cm. Peut-on estimer de quelle hauteur on s'élève si on gravit 5 marches ?
• Résoudre un problème de proportionnalité en choisissant une procédure adaptée : propriété de linéarité pour la multiplication ou l'addition, retour à l'unité.	L'élève sait que, dans une situation relevant du modèle de proportionnalité, une seule paire de données suffit pour obtenir toutes les autres. Par exemple, il sait résoudre le problème suivant : « Un cultivateur vend des pommes de terre au poids. Léo paie 5 € pour un sac de 2,5 kg. Quel prix doit payer Lilou pour deux sacs de 5 kg ? De quelle masse de pommes de terre dispose Paul qui a payé 15 € ? » L'élève sait appliquer ensuite la propriété de linéarité additive pour calculer, par exemple, le prix de 12,5 kg de pommes de terre. L'élève mobilise les relations entre les nombres entiers et les procédures de calcul mental apprises au cours moyen pour résoudre mentalement des problèmes du type : « Si 10 objets identiques coutent 22 €, combien coutent 15 de ces objets ? ». Il mobilise ses connaissances sur les nombres décimaux pour résoudre un problème du type : « Si des pommes sont vendues au poids et que 5 kg coutent 10,50 €, quel est le prix de 3,5 kg ? ». De nombreuses méthodes sont possibles pour résoudre ce problème : retour à l'unité, relations multiplicatives (passage de 5 à 35, puis de 35 à 3,5), passage par le prix de 500 g ou de 2,5 kg, etc. Elles sont présentées et discutées en classe.

<table>
<tr>
<td>

- Représenter une situation de proportionnalité à l'aide d'un tableau ou de notations symboliques.

</td>
<td>

Par exemple, dans le problème ci-dessus concernant le prix des pommes de terre, l'élève représente les données de l'énoncé et de la consigne dans le tableau :

<table>
<tr><td>Masse de pommes de terre (en kg)</td><td>2,5</td><td>10</td><td>12,5</td><td>?</td></tr>
<tr><td>Prix (en €)</td><td>5</td><td>?</td><td>?</td><td>15</td></tr>
</table>

Il peut aussi utiliser des flèches :

- 2,5 kg → 5 € ;
- 10 kg → ? € ;
- 12,5 kg → ? € ;
- ? kg → 15 €

L'élève verbalise la signification du tableau ou de la notation symbolique : par exemple « Le prix de 2,5 kg de pommes de terre est 5 €. »

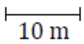
</td>
</tr>
<tr>
<td>

- S'initier à la résolution de problèmes d'échelles.

</td>
<td>

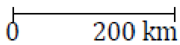
L'élève verbalise la signification d'une échelle graphique.

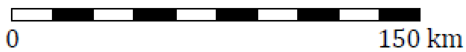
Par exemple, pour l'échelle graphique ci-dessous, où le segment mesure 1 cm, la verbalisation peut se faire sous la forme « 1 cm sur le plan correspond à 10 m dans la réalité » ou « on a 10 m dans la réalité par centimètre sur le plan ».



L'élève sait utiliser une échelle graphique pour déterminer des longueurs réelles à partir de mesures réalisées sur une carte, sur un plan ou sur une image (par exemple celle d'une cellule en sciences de la vie et de la Terre).

Différents modèles d'échelles graphiques peuvent être présentés, par exemple :





</td>
</tr>
</table>

Initiation à la pensée informatique

<table>
<tr><th>Objectifs d'apprentissage</th><th>Exemples de réussite</th></tr>
<tr>
<td>

- Identifier une instruction ou une séquence d'instructions.
- Produire et exécuter une séquence d'instructions.

</td>
<td>

L'élève manipule et identifie des instructions selon le contexte choisi : déplacements élémentaires, opérations mathématiques, etc.

Par exemple :

- l'élève retrouve parmi plusieurs séquences d'instructions qui lui sont fournies, celle qui permet de dessiner un carré.
- L'élève dispose de cartes figurant les opérations mathématiques « ajouter 1 », « multiplier par 2 », « multiplier par 3 » : $\boxed{+1}$ $\boxed{\times 2}$ $\boxed{\times 3}$
Il les ordonne pour réaliser un programme de calcul, par exemple
« Multiplier un nombre par 2.
« Ajouter 1 au résultat.
« Multiplier par 3 le nouveau résultat. »
Il exécute ce programme de calcul à partir d'un nombre donné en entrée et obtient un nombre en sortie.

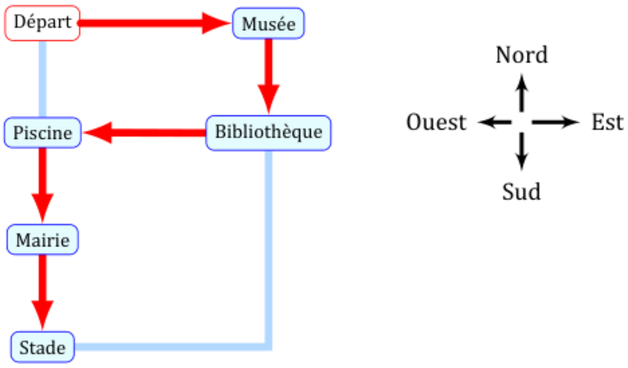
$4 \longrightarrow \boxed{\times 2} \longrightarrow \boxed{+1} \longrightarrow \boxed{\times 3} \longrightarrow 27$

</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

- L'élève interprète le schéma suivant dans lequel les flèches rouges représentent le parcours d'un bus. Il dispose de deux cartes d'instructions « Aller » et « Tourner dans la direction » ainsi que de cartes de lieu et de direction « à la bibliothèque », « à la mairie », « au stade », etc., « Est », « Ouest », etc.

  Il les ordonne pour retranscrire le parcours du bus en une séquence d'instructions.



- À partir du trajet représenté en jaune sur la grille de nombres ci-dessous, l'élève produit une séquence d'instructions permettant de se déplacer selon le trajet imposé et de calculer la somme des nombres inscrits sur les cases par lesquelles il passe.

4	2,9	7	6
0,2	3,1	5	1,3
8	3,4	1,2	9
5,7	6	0,8	1,3

</td>
</tr>
<tr>
<td>

- Répéter à la main une séquence d'instructions pour accomplir une tâche imposée.

</td>
<td>

Par exemple :

- l'élève identifie et répète une séquence d'instructions pour obtenir une construction géométrique simple, comme celle d'un carré.
- L'élève identifie que l'instruction « multiplier par 2 » permet de passer d'un terme au suivant dans la suite évolutive de nombres : 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; etc.
  Il comprend que, pour obtenir le onzième terme de cette suite, il faut répéter 10 fois l'instruction « multiplier par 2 ».

</td>
</tr>
<tr>
<td>

- Programmer la construction d'un chemin simple.

</td>
<td>À la suite de la résolution, de manière débranchée c'est-à-dire sans outil numérique, des exercices ci-dessus, l'élève écrit et exécute un programme permettant de dessiner le chemin du bus ou celui du robot.</td>
</tr>
</table>